RESUMO DE MATEMÁTICA

CP2

Millena Araujo, Karolyna Alves, Gabriel Batista e Gabriel Marques

OPERAÇÕES EM N

O conjunto dos números naturais possui como elementos os números positivos e inteiros, como 1, 2, 3, 4, ... Esse conjunto possui as operações de **adição**, **subtração**, **multiplicação**, **divisão**, **potenciação** e **radiciação**.

O conjunto dos números naturais é um conjunto infinito, ou seja, dado um número natural qualquer, existe pelo menos um número maior que ele. Veja alguns exemplos dos elementos que pertencem e não pertencem a esse conjunto.

$a) 10 \in \mathbb{N}$

$b) 2 \in \mathbb{N}$

$c) 100 \in \mathbb{N}$

$d) 0 \notin \mathbb{N}$

$e) 1,65 \notin \mathbb{N}$

$f) -2 \notin \mathbb{N}$

PROPRIEDADES EM N

Se adicionarmos **dois números naturais**, o resultado é sempre um outro **número** natural. O mesmo acontece quando multiplicamos, mas quando subtraímos **dois números naturais** o resultado não será sempre um outro **número** natural, o mesmo acontece com a divisão.

Algumas propriedades a respeito dos números naturais. Comecemos pela adição:

Para quaisquer $x,y,z \in N$ valem as propriedades:

Associativa: $x+(y+z)=(x+y)+z$

Comutativa: $x+y=y+x$

Lei do Corte: $x+y=x+z \Rightarrow y=z$

Elemento Neutro: $x+0=0+x=x$

Agora, para a multiplicação:

Associativa: $x \cdot (y \cdot z)=(x \cdot y) \cdot z$

Comutativa: $x \cdot y=y \cdot x$

Lei do Corte: $x \cdot y=x \cdot z \Rightarrow y=z$

Monotonicidade: $x<y \Rightarrow x \cdot z<y \cdot z$

MÚLTIPLOS E DIVISORES

- Os conceitos de **múltiplos e divisores** de um número natural estendem-se para o conjunto dos números inteiros. Quando tratamos do assunto múltiplos e divisores, referimo-nos **a conjuntos numéricos que satisfazem algumas condições**. Os múltiplos são encontrados após a multiplicação por números inteiros, e os divisores são números divisíveis por um certo número.

MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO

Sejam a e b dois números inteiros conhecidos, o número a é múltiplo de b se, e somente se, existir um número inteiro k tal que $a = b \cdot k$. Desse modo, o **conjunto dos múltiplos** de a **é obtido multiplicando** a **por todos os números inteiros**.

Por exemplo, para obtermos os 10 primeiros múltiplos de 2, devemos multiplicá-lo pelos 10 primeiros números inteiros, como ao lado.

Assim, os múltiplos de 2 são: **M (2): {2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20}**

2.1 = 2

2.2 = 4

2.3 = 6

2.4 = 8

2.5 = 10

2.6 = 12

2.7 = 14

2.8 = 16

2.9 = 18

2.10 = 20

DIVISORES DE UM NÚMERO

Sejam a e b dois números inteiros conhecidos, vamos dizer que b é divisor de a se o número b for múltiplo de a, ou seja, a divisão entre b e a é exata (deve deixar resto 0).

Veja alguns exemplos:

→ 22 é múltiplo de 2, então, 2 é divisor de 22.

→ 121 não é múltiplo de 10, assim, 10 não é divisor de 121.

Para listar os divisores de um número, devemos buscar os números que o dividem. Veja:

– Liste os divisores de 2, 3 e 20.

D(2) = {1, 2}

D(3) = {1, 3}

D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

Observe que os números da lista dos divisores sempre são divisíveis pelo número em questão e que o maior valor que aparece nessa lista é o próprio número, pois nenhum número maior que ele será divisível por ele.

MDC

O que é MDC?

O máximo divisor comum entre dois ou mais números reais é o maior número real que é fator de tais números, ou seja, o maior número presente na fatoração entre dois ou mais números. Por exemplo, os divisores comuns de 12 (2.2.3) e 18 (2.3.3) são 1,2,3 e 6, logo mdc=6.

Como calculá-lo?

Para realizar o MDC, é necessário compreender como decompor os números em fatores primos. Existem alguns que irei deixar o link do vídeo do YouTube logo abaixo:

https://youtu.be/BKaxAFAPuS4

https://youtu.be/Ao7Sz3gdmNY pule para 2:27

https://youtu.be/krttBn90kh4 pule para 2:34

https://youtu.be/jMCa86lY3Fc

MDC

O método é bem simples, mas pode ser um pouco demorado. Consiste em dois passos: primeiro, faça a fatoração dos termos necessários. Segundo, selecione os termos semelhantes entre as duas fatorações. Vamos ver alguns exemplos:

Fatore os seguintes termos: 108; 32; 36.

A faturação do 108 é: 2.2.3.3.3

A faturação do 32 é: 2.2.2.2.2

A fatoração do 36 é: 2.2.3.3

Agora, considere que os números são blocos únicos, que só podem ser combinados uma vez:

108=2.2.3.3.3

32=2.2.2.2.2

36=2.2.3.3

Logo, vemos que o máximo divisor comum é o 4, pois não é possível combinar mais nenhum outro número, tendo em vista que o 108 e o 36 não possuem mais nenhuma "peça de número 2" e o 32 não possui nenhuma "peça de número 3".

MDC

Fatore os seguintes números: 34; 102; 51

A faturação do 34 é: 2.17

A faturação do 102 é: 2.3.17

A fatoração do 51 é: 3.17

34=2.17

102=2.3.17

51=3.17

Veja que a única "peça" em comum a todos os números é o 17, logo, 17 é o máximo divisor comum de 34, 102 e 51.

NÚMEROS INTEIROS

Os números inteiros são todos os números negativos e positivos que não presentam parte decimal e o zero. Esses números formam o conjunto dos inteiros representado pela letra Z.

Não pertencem aos números inteiros: as frações, números decimais, os números irracionais e os complexos.

O conjunto dos números inteiros é infinito e pode ser representado da seguinte maneira:

$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Os números inteiros negativos são sempre acompanhados pelo sinal (-), enquanto os números inteiros positivos podem vir ou não acompanhados de sinal (+).

O zero é um número neutro, ou seja, não é um número nem positivo e nem negativo.

A relação de inclusão no conjunto dos inteiros envolve o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$).

Todo número inteiro possui um antecessor e um sucessor. Por exemplo, o antecessor de -3 é -4, já o seu sucessor é o -2.

OPERAÇÕES EM Z

As operações que envolvem os números inteiros são: **soma**, **subtração**, **multiplicação** e **divisão**.

Adição: soma-se às parcelas, seguindo a regra de sinais.

- **Sinais iguais na soma ou na subtração:** soma os números e conserve o sinal.

Regra do sinal:

(+) + (+) = + Ex: + 2 + 5 = + 7

(–) + (–) = – Ex: (-2) + (-5) = - 7

- **Sinais diferentes:** conserve o sinal do maior número e subtrai.

Regra do sinal:

(+) + (–) = – Ex: 3 – 4 = – 1 → O maior número é o quatro; logo, o sinal no resultado foi negativo.

(–) + (+) = – Ex: – 15 + 20 = + 5 → O maior número é o vinte; logo, o sinal no resultado foi positivo

OPERAÇÕES EM Z

Multiplicação e Divisão:

- **Sinais iguais** na multiplicação ou na divisão sempre resultam em **sinal positivo**.

Regra do sinal:

(+) . (+) = (+) Ex: (+ 2) . (+ 4) = + 8

(–) . (–) = (+) Ex: (- 4) . (- 10) = + 40

(+) : (+) = (+) Ex: (+ 15) : (+ 3) = + 5

(–) : (–) = (+) Ex: (- 20) : (- 2) = + 10

OPERAÇÕES EM Z

Multiplicação e Divisão:

- **Sinais diferentes** na multiplicação ou na divisão sempre resultam em **sinal negativo**.

Regra do sinal:

(+) . (–) = (–) Ex: (+ 6) . (– 7) = – 42

(–) . (+) = (–) Ex: (– 12) . (+ 2) = – 24

(+) : (–) = (–) Ex: (+ 100) : (– 2) = – 50

(–) : (+) = (–) Ex: (– 125) : (+ 5) = - 25

Regra geral na multiplicação e divisão:

1 – Se os dois números possuírem o **mesmo sinal**, o resultado será **positivo**.

2 – Se os dois números possuírem **sinais diferentes**, o resultado será **negativo**.

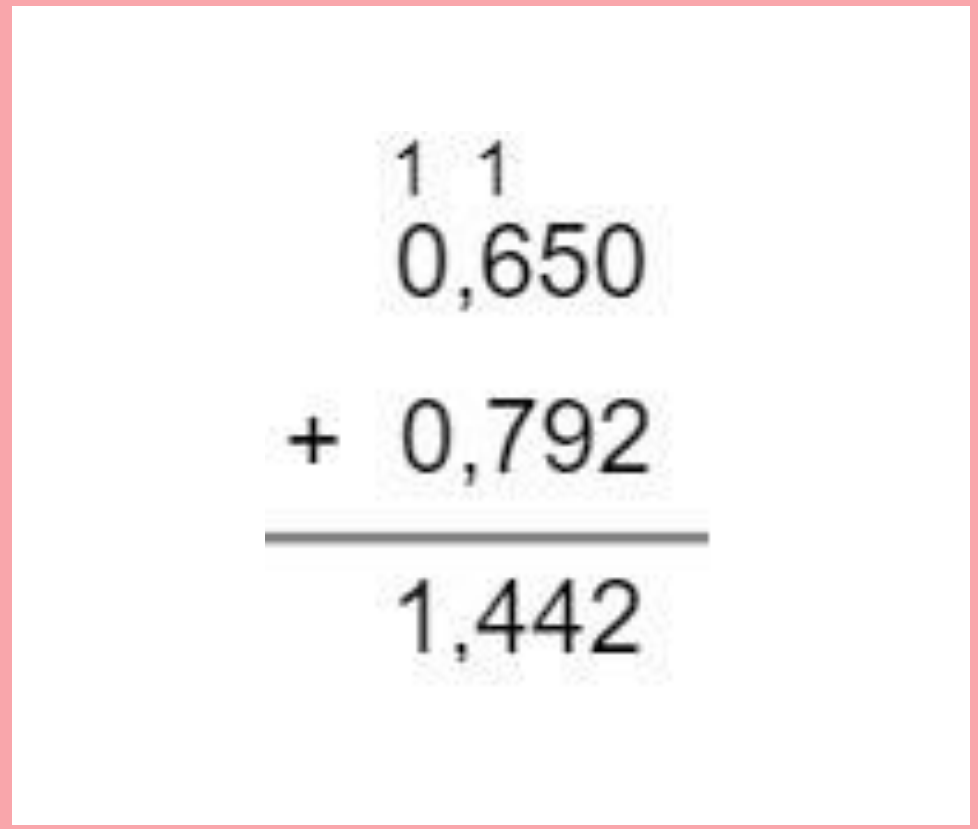
PROPRIEDADES EM Z

- **P1** – Sendo P e I o conjunto dos números inteiros pares e ímpares, respectivamente, temos $P \cup I = Z$ e $P \cap I = \emptyset$;
- **P2** – Todo número inteiro tem **sucessor** e **antecessor**;
- **P3** – A soma de dois números inteiros quaisquer é um número inteiro;
- **P4** – A **diferença** entre dois números inteiros quaisquer é um número inteiro;
- **P5** – O **produto** de dois números inteiros quaisquer é um número inteiro.

OPERAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAS: ADIÇÃO

A adição de números decimais é definida de maneira semelhante à adição de números inteiros, nessa operação devemos somar parte inteira com parte inteira, décimos com décimos, centésimos com centésimos, e assim sucessivamente. Em outras palavras, devemos colocar vírgula abaixo de vírgula. Veja o exemplo abaixo:

Vamos determinar a soma dos números 0,65 e 0,792. Lembre-se: o número 0 no final de qualquer número decimal não acresce no valor.



OPERAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAS: SUBTRAÇÃO

A subtração entre dois números decimais dá-se do mesmo modo que a sua adição, operamos parte inteira com parte inteira, décimos com décimos, e assim sucessivamente. Veja o exemplo.

Determine a diferença entre os números 3,842 e 1,442.

$$\begin{array}{rr} & 3{,}842 \\ - & 1{,}442 \\ \hline & 2{,}400 \end{array}$$

OPERAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAS: MULTIPLICAÇÃO

A multiplicação entre dois números decimais pode ser realizada da seguinte forma: operar de maneira semelhante à da multiplicação de dois números inteiros, somando, ao final, a quantidade de casas decimais dos dois números e colocando-as no resultado. Veja o exemplo abaixo:

Utilizando os dois métodos, determine o produto entre 0,42 e 1,2. Antes de efetuar a multiplicação, perceba que 0,42 possui duas casas decimais e que o número 1,20 possui duas delas. A soma disso resulta em quatro casas decimais, ou seja, o resultado deverá ter quatro casas decimais como ao lado.

$$
\begin{array}{r}
0{,}42 \\
\times\ 1{,}20 \\
\hline
000 \\
{}^{1}084 \\
+\ 042 \\
\hline
0{,}5040
\end{array}
$$

OPERAÇÃO COM NÚMEROS DECIMAS: DIVISÃO

Na divisão de números decimais o melhor método consiste em "andar" a mesma quantidade de casas decimais, ou seja, multiplicar por potências de 10 até que a vírgula não esteja mais presente. Por exemplo:

Vamos realizar a divisão entre os números 0,504 e 1,2:

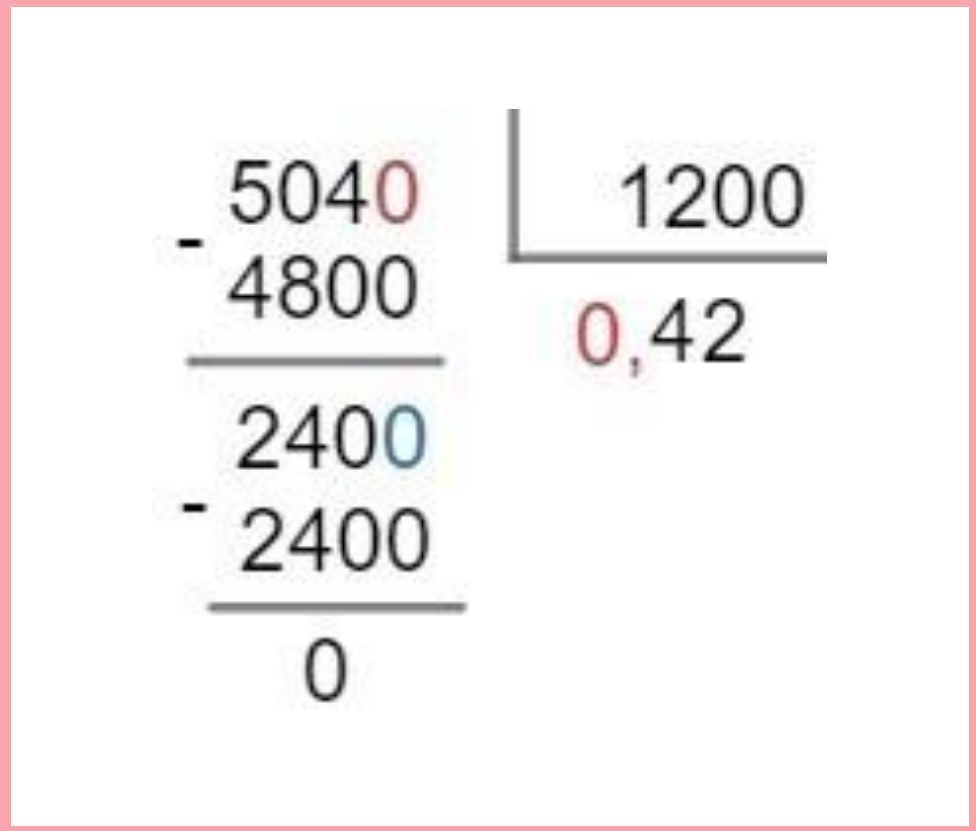
Devemos multiplicar o dividendo e o divisor pelo mesmo número até que a vírgula desapareça.

Para que a vírgula desapareça do denominador, devemos multiplicá-lo por 1000, logo, faremos o mesmo com o divisor:

$0{,}504 \cdot 1000 = 504$

$1{,}2 \cdot 1000 = 1200$

Armando a conta ao lado, temos:



PROPRIEDADES EM Q

Números racionais (Q): são os números que podem ser representados por frações de números inteiros, contanto que o denominador seja qualquer número diferente de zero (0).

São números racionais:

- **Números inteiros**, por exemplo: -10, 7, 0;
- **Números decimais exatos**, por exemplo: 1,25; 0,1; 3,1415;
- **Dízimas periódicas simples**, por exemplo: 1,424242...;
- **Dízimas periódicas compostas**, por exemplo: 1,028888

Não são números racionais:

- As **dízimas não periódicas**, por exemplo: 4,1239489201...;
- As **raízes não exatas**, por exemplo: $\sqrt{2}$
- A **raiz quadrada de números negativos**.

PROPRIEDADES EM Q

P1 - Entre dois números racionais, sempre existirá outro número racional, ou seja, escolhendo dois números racionais, sempre existirá um número entre eles.

Exemplo: entre o 1 e 2, existe o 1,5. Mesmo que tenha dois números racionais com uma diferença muito pequena entre eles, é sempre possível encontrar um número racional entre eles. Essa propriedade torna **impossível definirmos sucessor e antecessor nos números racionais**.

P2 - As quatro operações no conjunto dos números racionais são fechadas, ou seja, resultarão em um número racional:

A **soma, a subtração, a divisão e a multiplicação** entre dois números racionais sempre resultarão em um número racional. Na verdade, até mesmo a **potenciação** de um número racional sempre vai gerar como resposta um número racional.

*O conjunto dos números racionais **não é fechado para a radiação.** Assim, mesmo 2 sendo um número racional, a raiz quadrada de 2 é um número irracional.*

OPERAÇÕES EM R

Números reais (R): é a união entre os conjuntos dos números racionais (indicado por Q) e dos números irracionais (indicado por I).

A **adição, a subtração, a multiplicação e a divisão** são operações fechadas nos números reais. Isto significa que:

- a soma de dois números reais é um número real;
- a diferença entre dois números reais é um número real;
- o produto entre dois números reais é um número real;
- o quociente entre dois números reais (com o divisor diferente de zero) também é um número real.

Operações com números reais: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiação

OPERAÇÕES EM R: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

A adição e a subtração de números inteiros envolvem algumas regras básicas, essenciais para a obtenção do resultado correto:

1° caso: quando não ocorrer a presença de parênteses nas operações, devemos proceder da seguinte maneira:

Quando os sinais dos números são iguais, devemos adicionar mantendo o sinal dos números.

Ex: + 9 + 9 = + 18
–1 – 1 = – 2

Quando os sinais são diferentes, devemos subtrair os números mantendo o sinal do número de maior módulo.
Ex: – 4 + 6 = + 2
– 10 + 5 = – 5

OPERAÇÕES EM R: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

2° caso: *caso ocorra a presença de parênteses nas operações entre os números inteiros, devemos eliminá-los, utilizando o jogo do sinal.*

Ex: (+81) + (–12) – (+ 7)
+ 81 – 12 – 7
+ 81 – 19
+ 62

3° caso: *resolver as operações indicadas nos* ***parênteses****, nos* ***colchetes*** *e nas* ***chaves****, e logo em seguida, realizar o* ***jogo de sinal****.*

Ex: –{–[(2 + 3) – (7 – 8) + (–6 –4)]}
–{–[(5) – (–1) + (–10)]}
–{–[5 + 1 – 10]}
–{–[–4]}
– 4

Ao eliminar parênteses, utilize o seguinte quadro de sinais:

+ (+) = +
+ (–) = –
– (+) = –
– (–) = +

OPERAÇÕES EM R: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Multiplicação: *já fora explicado*

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times\ 256 \\ \hline 1458 \\ 1215 \\ 486 \end{array}$$

Divisão: elementos que compõem uma divisão e, por consequência, compõem também o seu algoritmo. São eles:

Dividendo (D): Número que será dividido.

Divisor (d): número que divide.

Quociente (q): resultado da divisão.

Resto (r): algumas vezes, finalizada a divisão, sobra uma quantidade que não pode ser dividida. Essa quantidade recebe o nome de resto.

Como resolver: *Procuramos um número q que, multiplicado por d, tenha como resultado D. Se não for possível, encontramos um valor aproximado a D e escrevemos todos esses valores nas posições descritas pelo esquema ao lado:*

Exemplo:

962 | 2
-8 481
16
-16
02

OPERAÇÕES EM R: POTENCIAÇÃO

Propriedades da potenciação:

1. Multiplicação de potências de mesma base: no produto de potências de mesma base devemos conservar a base e somar os expoentes.

$\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

Exemplo: $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$

2. Divisão de potências de mesma base: na divisão de potências de mesma base conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$\mathbf{a^m : a^n = a^{m-n}}$

Exemplo: $2^4 : 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

3. Potência de potência: quando a base de uma potência também é uma potência devemos multiplicar os expoentes.

$\mathbf{(am)n = am.n}$

Exemplo: $(3^2)^3 = 3^{2.3}$ = 3 elevado a 6 = 729

OPERAÇÕES EM R: POTENCIAÇÃO

4. Potência de produto: quando a base de uma potência é um produto elevamos cada fator à potência.

(a . b)m = am . bm

Exemplo: $(2 . 3)^2 = 2^2 . 3^2 = 4 . 9 = 36$

5. Potência de quociente: quando a base de uma potência é uma divisão elevamos cada fator ao expoente.

(a/b)m = am/bn

Exemplo: (2/3)2 = 22/32 = 4/9

6. Potência de quociente e expoente negativo: quando a base de uma potência é uma divisão e o expoente é negativo inverte-se a base e o sinal do expoente.

$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$

Exemplo: $(2/3)^{-2} = (3/2)^2 = 3^2/2^2 = 9/4$

OPERAÇÕES EM R: POTENCIAÇÃO

7. Potência de expoente negativo: quando o sinal de uma potência for negativo devemos inverter a base para tornar o expoente positivo.

$a^{-n} = 1/a^n, \ a \neq 0$

Exemplo: (2)-4 = (1/2)4 = 1/16

8. Potência com expoente racional: a radiciação é a operação inversa da potenciação. Portanto, podemos transformar um expoente fracionário em um radical.

$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

Exemplo: $5^{1/2} = \sqrt{5}$

9. Potência com expoente igual a 0: quando uma potência apresenta expoente igual a 0, o resultado será 1.

$a^0 = 1$

Exemplo: $4^0 = 1$

OPERAÇÕES EM R: RADICIAÇÃO

Propriedade 1: Raiz em que o expoente do radicando é igual ao índice $\sqrt[n]{a^n} = a$

A propriedade 1 afirma que, sempre que o índice for igual ao expoente do radicando, o resultado da raiz n-ésima é a própria base.

Exemplos a) $\sqrt[3]{5^3} = 5$ b) $\sqrt[2]{10^2} = 10$ c) $\sqrt[10]{567^{10}} = 567$ d) $\sqrt[5]{0{,}9^5} = 0{,}9$

Propriedade 2: Potência de expoente radical $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

A propriedade 2, na verdade, é uma propriedade de potenciação em que o expoente é uma fração. O numerador da fração passa a ser o expoente do radicando, e o denominador passa a ser o índice da raiz.

Exemplo: a) $\sqrt[3]{56^2} = \sqrt[12]{56^8}$ b) $\sqrt[2]{10^5} = \sqrt[4]{10^{10}}$ c) $\sqrt[10]{7^6} = \sqrt[5]{7^3}$ d) $\sqrt[15]{3^5} = \sqrt[3]{3}$

Propriedade 3: Produto de raízes de índices iguais $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

A propriedade 3 afirma que o produto entre duas raízes com índices iguais **é igual à raiz de mesmo índice do produto dos radicandos**.

Exemplo: a) $\sqrt[2]{40} = \sqrt[2]{4} \cdot \sqrt[2]{10}$ b) $\sqrt[4]{360} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{10}$ c) $\sqrt[5]{-15} = \sqrt[5]{-5} \cdot \sqrt[5]{3}$

OPERAÇÕES EM R: RADICIAÇÃO

Propriedade 4: Quociente de raízes de índices iguais $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

De maneira análoga à propriedade 3, a propriedade 4 afirma que a divisão entre duas raízes de índices iguais é **igual à raiz de mesmo índice da divisão dos quocientes**.

Exemplo a) $\sqrt[2]{\frac{10}{5}} = \frac{\sqrt[2]{10}}{\sqrt[2]{5}}$ b) $\sqrt[3]{\frac{76}{67}} = \frac{\sqrt[3]{76}}{\sqrt[3]{67}}$ c) $\sqrt[5]{\frac{9}{40}} = \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{40}}$ d) $\sqrt[2]{\frac{100}{25}} = \frac{\sqrt[2]{100}}{\sqrt[2]{25}}$

Propriedade 5: Potência de uma raiz $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

A propriedade 5 diz-nos que uma raiz n-ésima elevada a um determinado expoente *m* é igual à raiz n-ésima do radicando elevado ao expoente.

Propriedade 6: Raiz de outra raiz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Quando nos depararmos com uma raiz de outra raiz, basta conservar o radicando e **multiplicar os índices das raízes**.

Propriedade 7: Simplificação de raízes $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$

A propriedade 7 afirma que, em uma raiz n-ésima de uma potência, podemos **multiplicar o índice e o expoente do radicando por qualquer número** desde que seja diferente de 0.

PROPRIEDADES EM R

Propriedades do conjunto dos números reais

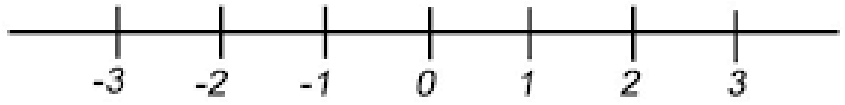
→ **O conjunto dos números reais é um conjunto completo**

Existe uma relação feita entre o conjunto dos números reais e a reta numérica, que é construída da seguinte maneira: para cada número real, existe um e apenas um ponto representando-o na reta numérica. É possível mostrar que a reta não contém nenhum "furo", isto é, ponto que não represente número real algum. Portanto, **o conjunto dos números reais é completo**.

→ **O conjunto dos números reais é um conjunto ordenado**

Ainda avaliando a reta numérica, comparando dois **números reais** quaisquer, aquele que estiver mais à esquerda é menor do que aquele que estiver mais à direita. Além disso, se estiverem no mesmo ponto, serão iguais. Essa é a ordenação do conjunto dos números reais representada na reta numérica.

Reta numérica



PROPRIEDADES EM R

Propriedades operatórias dos números reais

Dados os números reais "a", "b" e "c", as seguintes propriedades operatórias são válidas:

1- Associatividade: determina que a ordem em que os fatores estão agrupados em uma multiplicação não muda o produto.

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

2- Comutatividade: determina que a ordem em que multiplicamos ou somamos os números não altera o produto.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a + b = b + a$$

PROPRIEDADES EM R

3- Existência de elemento neutro único para a soma e para a multiplicação: qualquer número somado com 0 ou multiplicado por 1 mantém a sua identidade.

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 1 = a$$

4- Existência de elemento inverso único para a soma e para a multiplicação: Todo número real possui um elemento inverso com a propriedade seguinte: ao somar o real e seu inverso aditivo, o resultado será o elemento neutro da adição (0). Ao multiplicarmos o real e seu inverso multiplicativo, o resultado será o elemento neutro da multiplicação (1).

$$a + (-a) = 0$$

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

5- Distributividade:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

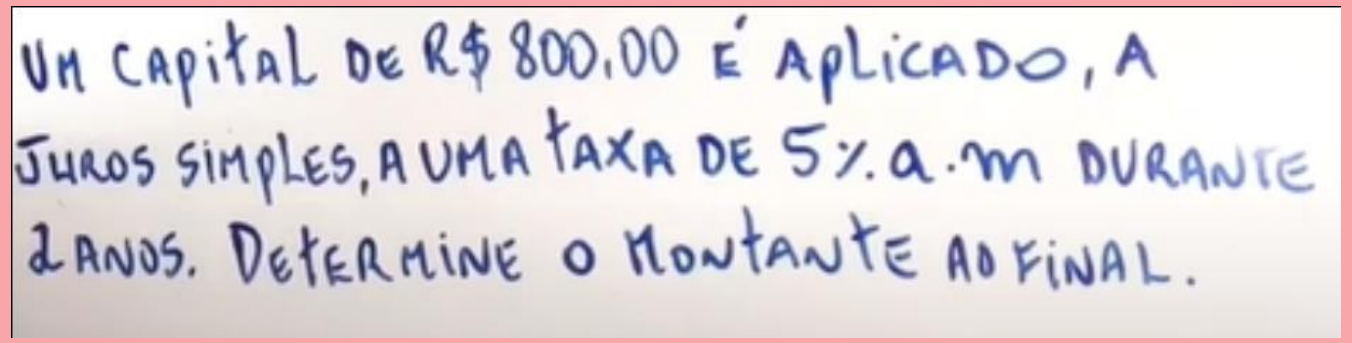
JUROS SIMPLES

Bom, a principal coisa que você deve lembrar de juros simples é a fórmula para se calcular o juros que é J = C.I.T sendo C = ao capital investido, I = a taxa e T = ao tempo. Mas antes de resolver os exercícios, eu tenho que te falar algumas dicas:

1) A taxa e o tempo podem variar a unidade de medida. Como assim? A questão pode falar que um certo dinheiro foi investido por 8% de taxa ao dia (a.d), ao mês (a.m) ou ao ano (a.a). Pode falar ainda que esse dinheiro foi investido nessas condições por 5 dias, por 5 meses ou por 5 anos. Então a dica aqui é que você sempre deixe essas duas informações na mesma medida, então se a taxa é 8% por mês, então converta os 5 anos em 60 meses, porque ajuda muito na hora de resolver os exercícios. Outra dica é que é mais fácil converter o 5 anos para 60 meses do que converter 8% ao mês para x% ao ano, então converta o tempo para a mesma medida da taxa.

2) Após convertido, quando vocês for passar a taxa de 5% para a fórmula, passe ela em forma de fração (ou em forma de decimal, mas é mais fácil passar para a forma de fração) e como ficaria? Bom, 8 por cento ficaria.... 8 por 100, ou seja, 8/100. Isso ajuda muito na hora de resolver as questões e você verá nos próximos slides (A forma decimal ficaria 0.08).

JUROS SIMPLES - EXEMPLOS



Vamos lá, a primeira coisa a se perceber é que o tempo e a taxa não estão na mesma medida, o tempo está em anos e a taxa em meses (Lembre-se que "a.m" significa ao mês). Então a primeira coisa é converter 2 anos em meses. 2 anos equivalem 24 meses, então foi aplicado 5% ao mês durante 24 meses. Agora que já temos todas as informações bonitinhas, vamos fazer a fórmula para descobrir o juros (Lembre de passar a taxa para sua forma em fração):

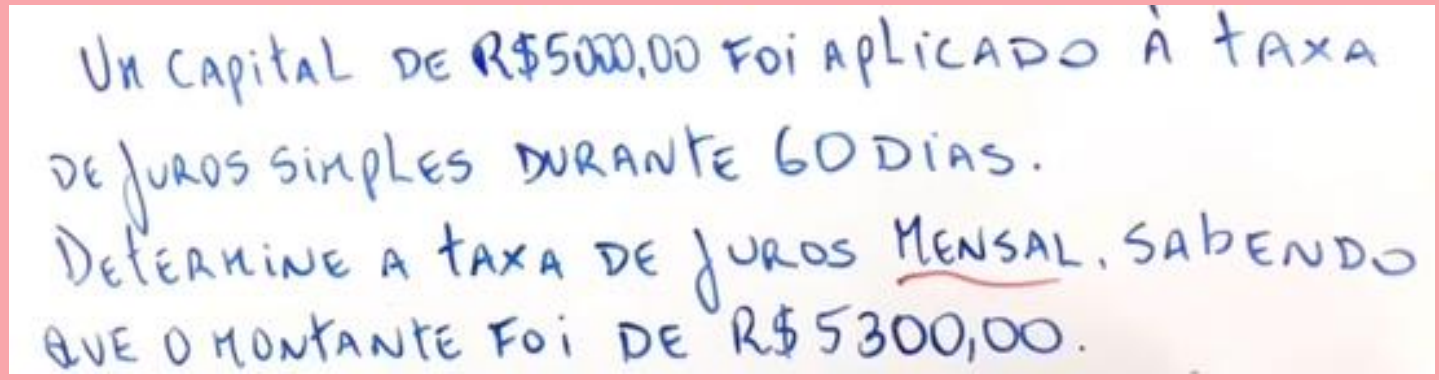
$$\text{Juros} = 800 \cdot \frac{5}{100} \cdot 24$$ (Podemos simplificar o 800 com o 100, ficando 8 e 1).

Juros = 8.5.24

Juros = 960.

Então a resposta da pergunta é R$960,00? NÃO! R$960,00 é apenas o valor do juros, a pergunta quer saber o valor do montante final, ou seja, o capital inicial + o valor do juros. Então será 800 + 960 que é 1760, portanto a resposta da pergunta é R$1760,00.

JUROS SIMPLES - EXEMPLOS



O enunciado nos diz que o capital inicial (C) foi de R$5.000,00 e que o montante final que é o capital inicial (R$5.000) + o juros foi de R$5.300,00. Logo, o valor do juros foi de R$300,00. Ok.

A pergunta quer saber o valor da taxa de juros ao mês, mas o enunciado diz que o dinheiro foi investido durante 60 dias, então temos que converter os 60 dias em meses que dará 2 meses. Portanto, agora temos tudo para fazermos o cálculo. Ah, sempre bom relembrar a fórmula do juros:

Juros = capital inicial (C) . taxa mensal (I) . tempo (T).

$300 = 5000 . I . 2$

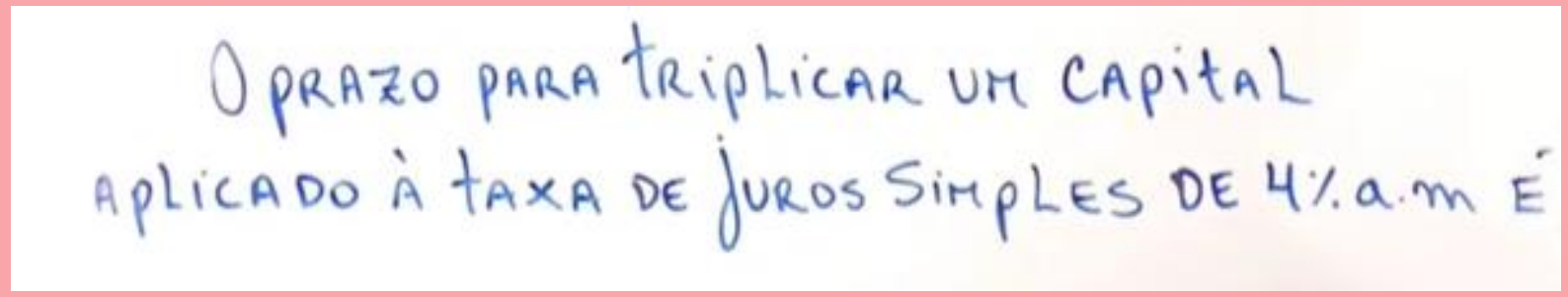
$300 = 10000I$

$I = \frac{300}{10000}$

$I = \frac{3}{100} = 3\%$

Portanto, a taxa foi de 3% ao mês.

JUROS SIMPLES - EXEMPLOS



Talvez uma forma de poupar o seu tempo na hora da prova (que é algo muito importante) é pensar para essa questão da seguinte forma: Para duplicar o capital inicial, eu preciso que ele cresça 100% certo? Então, para o meu capital inicial triplicar eu preciso que ele cresça 200%. Logo, se eu preciso que ele cresça 200% e a minha taxa é de 4% ao mês, logo eu precisarei de 50 meses para triplicar o valor inicial (200 dividido por 4). Essa seria a forma rápida, mas talvez possa ter ficado meio confuso, então vamos para a forma demorada:

Se eu quero triplicar o capital inicial (C), então o montante final (M) que é o valor do capital inicial + o juro (J) tem que ser 3 vezes o valor inicial. Portanto:

$3C = C + J$

Logo, o Juros tem que valer 2 vezes o valor de C ($J = 2C$). E para descobrir o prazo? Vamos utilizar a fórmula do juros

$J = C.I.T$

$2C = C.\ I.\ T$ (A taxa é igual a 4% e passe-o em sua forma fracionária)

$2C = C.\ \frac{4}{100}.T$ (Podemos dividir toda a equação por C)

$2 = \frac{4}{100}T$ (Podemos simplificar o 4 e o 100)

$2 = \frac{1}{25}T$ (Podemos passar o 25 para o outro lado multiplicando)

$T = 50.$

Mas são 50 meses, 50 dias ou 50 anos? Bom, como a taxa é mensal, então o prazo também terá que ser mensal, portanto 50 meses.

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

Simplificar uma fração algébrica segue o mesmo fundamento de simplificar uma fração numérica. É preciso dividir numerador e denominador por um mesmo número. Observe um exemplo de simplificação de fração:

$$\frac{30}{60} = \frac{15}{30} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

A fração acima foi simplificada por 2, depois por 3 e depois por 5. Para fundamentar o procedimento de simplificação de frações algébricas, reescreveremos a primeira fração acima em sua forma fatorada:

$$\frac{30}{60} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}$$

Perceba que os números 2, 3 e 5 repetem-se no numerador e no denominador e que eles foram exatamente os mesmos números pelos quais a fração foi simplificada. No contexto das frações algébricas, o procedimento é parecido, pois é necessário fatorar os polinômios presentes no numerador e no denominador. Após isso, devemos avaliar se é possível simplificar alguns deles.

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

Simplifique a fração algébrica seguinte:

$$\frac{4x^2y^3}{16xy^6}$$

1) Fatore cada uma das incógnitas e números presentes na fração:

2) Agora realize as divisões que forem possíveis, conforme feito anteriormente para a fração numérica: Os números que aparecem tanto no numerador quanto no denominador desaparecem, isto é, são "cortados". Também é possível escrever que o resultado de cada uma dessas simplificações é 1. Observe:

1) $$\frac{4x^2y^3}{16xy^6}$$

$$\frac{2\cdot2\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y}{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y}$$

2) $$\frac{2\cdot2\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y}{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y}$$

$$\frac{x}{2\cdot2\cdot y\cdot y\cdot y}$$

$$\frac{x}{4y^3}$$

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

Simplifique a fração algébrica seguinte:

$$\frac{a^2(y^2 - 16x^2)}{ay + 4ax}$$

Como feito anteriormente, fatore os polinômios presentes no numerador e no denominador. Após isso, realize as divisões que forem possíveis.

$$\frac{4y^2 - 9x^2}{2y + 3x}$$
$$= \frac{(2y + 3x)(2y - 3x)}{2y + 3x}$$
$$= 1 \cdot (2y - 3x)$$
$$= 2y + 3x$$

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES ALGÉBRICAS

Simplifique a fração algébrica seguinte:

$$\frac{a^2(y^2 - 16x^2)}{ay + 4ax}$$

1) Como feito anteriormente, fatore os polinômios presentes no numerador e no denominador. Após isso, realize as divisões que forem possíveis.

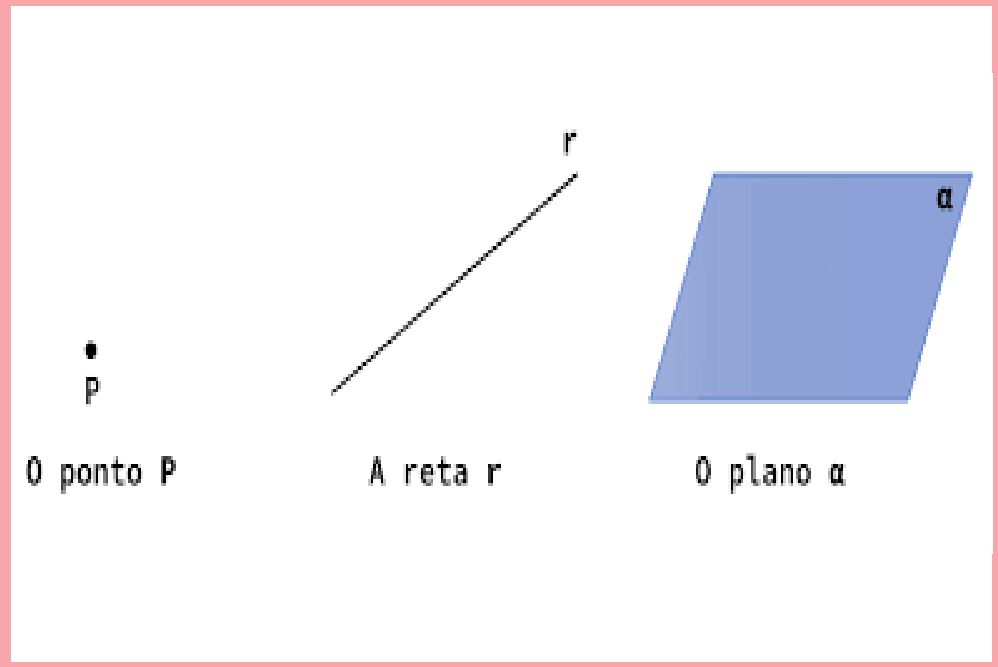
2) Observe que o numerador foi fatorado por meio da diferença de dois quadrados e o denominador foi fatorado por meio do fator comum. Além disso, o termo a2 pode ser escrito como o produto a·a. Para finalizar, realize as divisões que forem possíveis. A saber, a por a e (y + 4x) por (y + 4x):

1)
$$\frac{a^2(y^2 - 16x^2)}{ay + 4ax}$$
$$= \frac{a \cdot a \cdot (y + 4x)(y - 4x)}{a \cdot (y + 4x)}$$

2)
$$\frac{a \cdot a \cdot (y + 4x)(y - 4x)}{a \cdot (y + 4x)}$$
$$= 1 \cdot 1 \cdot (y - 4x)$$
$$= y - 4x$$

CONCEITOS PRIMITIVOS DA GEOMETRIA PLANA

- Ponto, reta, plano e espaço são as noções primitivas da Geometria.
- Esses objetos não possuem definição, mas precisam existir para dar base para as definições geométricas. Embora não seja possível definir esses objetos, é possível discutir suas características, propriedades e suas utilidades para a Geometria.



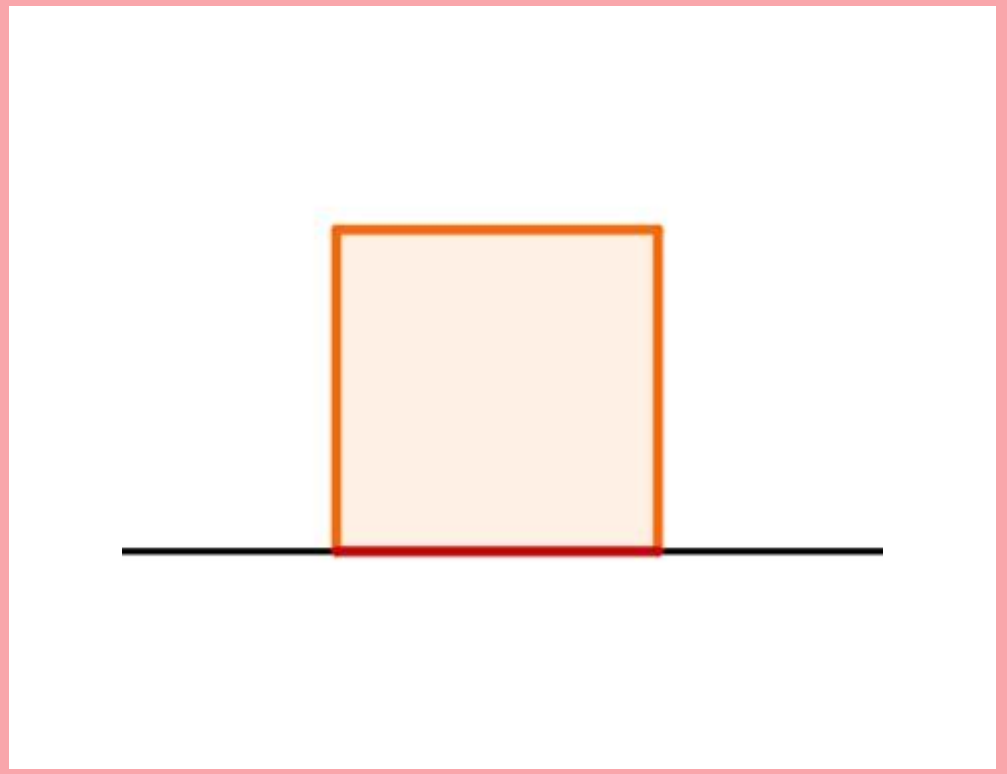
PONTO

- O ponto não possui forma nem dimensão. Isso significa que o ponto é um objeto adimensional. Um dos usos mais importantes do ponto refere-se à localização geográfica. Os pontos são os objetos que melhor representam as localizações porque oferecem precisão. Se, no lugar de ponto, usássemos um quadrado, em que lugar do quadrado estaria a localização precisamente?

RETA

- As retas são conjuntos de pontos que não fazem curvas. Elas são infinitas para as duas direções. Como esses pontos não estão no mesmo lugar, é possível medir a distância entre eles. Entretanto, como os pontos continuam não tendo dimensão ou forma, não é possível medir sua largura. Sendo assim, dizemos que a reta possui apenas uma dimensão ou que é unidimensional.

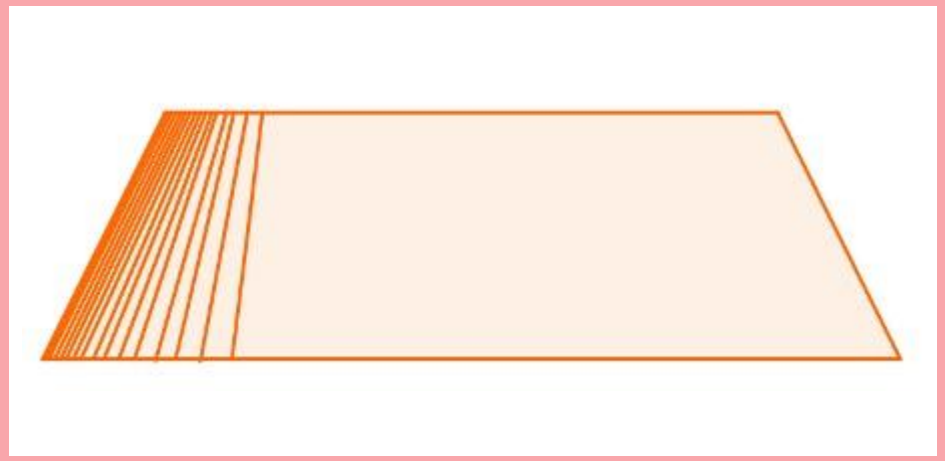
- A figura ao lado mostra a tentativa de desenhar um quadrado sobre uma reta. Note que a maior parte do quadrado "não cabe" na reta. Por essa razão, é necessário definir um novo local onde ele possa ser desenhado.

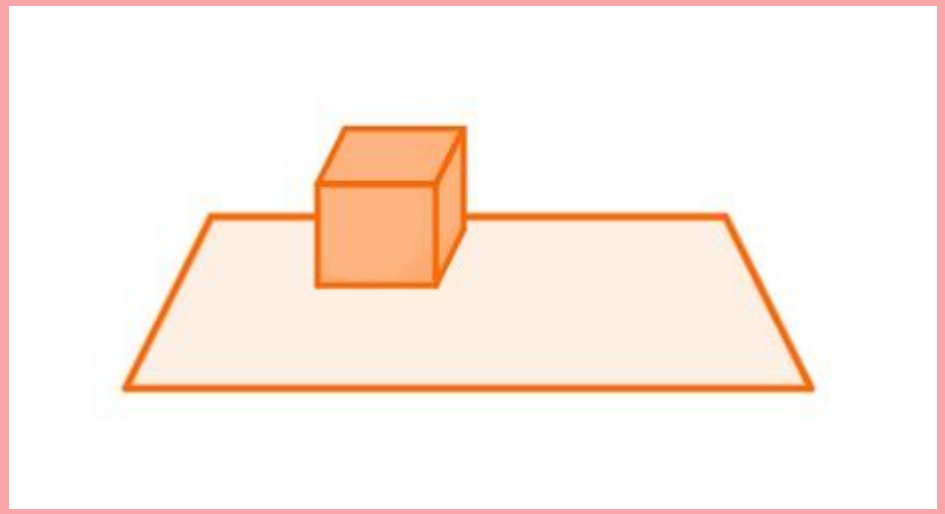


PLANO

- O plano é um conjunto de retas alinhadas e, portanto, também é um conjunto de pontos. O objeto formado por esse alinhamento de retas é uma superfície plana que não faz curva e infinita para todas as direções.

- Em um plano, é possível desenhar figuras que, além de comprimento, possuem largura. A figura abaixo mostra um cubo sobre um plano. Note que a base do cubo, que é um quadrado e possui duas dimensões, encaixa-se perfeitamente no plano. Todavia, a profundidade desse sólido não é contemplada.





ESPAÇO

- O espaço é o local onde toda a Geometria conhecida até o Ensino Médio acontece. É formado pelo alinhamento de planos, que são colocados lado a lado até preencher todo o espaço. Ele é infinito para todas as direções e contém todas as figuras e formas geométricas planas e tridimensionais.

- Como é formado por planos, o espaço envolve a terceira dimensão, necessária para conter todo o cubo da figura anterior. É na terceira dimensão que são construídas figuras que possuem largura, comprimento e profundidade.

DEFINIÇÃO E MEDIDA DE SEGMENTOS DE RETA

- Um segmento de reta nada mais é do que uma parte de uma reta que possui um ponto inicial e um ponto final, chamados de "extremos". Na figura a seguir temos uma reta r, e a parte vermelha compreendida entre os pontos A e B é um segmento de reta.
- Nós podemos representar um segmento de reta através de duas letras que caracterizam os pontos de seus extremos com uma linha por cima delas: ou . Eles devem ser lidos como "Segmento AB" ou "Segmento BA". Se dois ou mais segmentos de retas possuem o mesmo comprimento, eles são chamados de congruentes.
- De acordo com a sua posição, os segmentos de retas podem ser classificados ainda em segmentos consecutivos, segmentos colineares ou segmentos adjacentes. Se dois segmentos de retas forem paralelos, eles não serão classificados de acordo com nenhum desses três tipos de segmentos. Vejamos cada um deles:

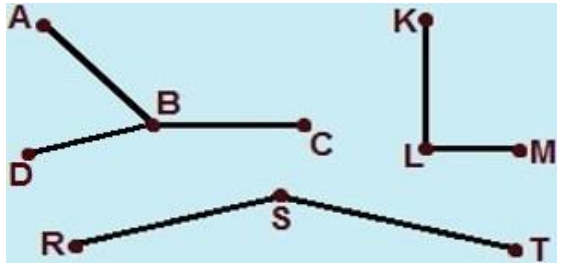
TIPOS DE SEGMENTO

- 1) Segmentos Consecutivos: Dizemos que dois ou mais segmentos de retas são consecutivos quando eles possuem um ponto em comum. Observe os segmentos consecutivos na imagem a seguir:

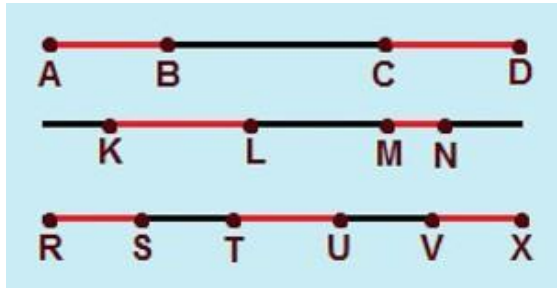
- 2) Segmentos Colineares: Dois ou mais segmentos de retas são ditos colineares quando por eles passa uma única reta ou quando pertencem a uma mesma reta. Uma importante conclusão da Geometria garante que, por dois pontos distintos, passa uma única reta. Podemos acrescentar que, por dois segmentos de retas colineares distintos, só é possível que uma única reta seja traçada. Veja alguns exemplos de segmentos colineares:

- 3) Segmento Adjacentes: Se dois segmentos de retas forem consecutivos e colineares simultaneamente, isto é, se, além de terem pontos em comum, por eles passar uma única reta, eles serão segmentos de retas adjacentes. Podemos concluir que todos os segmentos adjacentes são, necessariamente, consecutivos e colineares. Vejamos alguns exemplos de segmentos adjacentes:

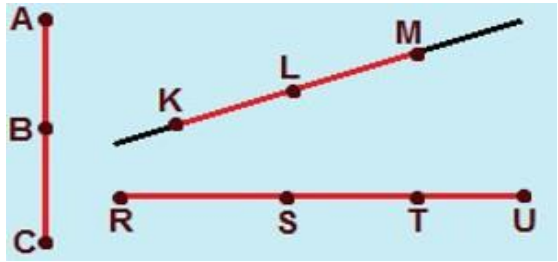
1)



2)

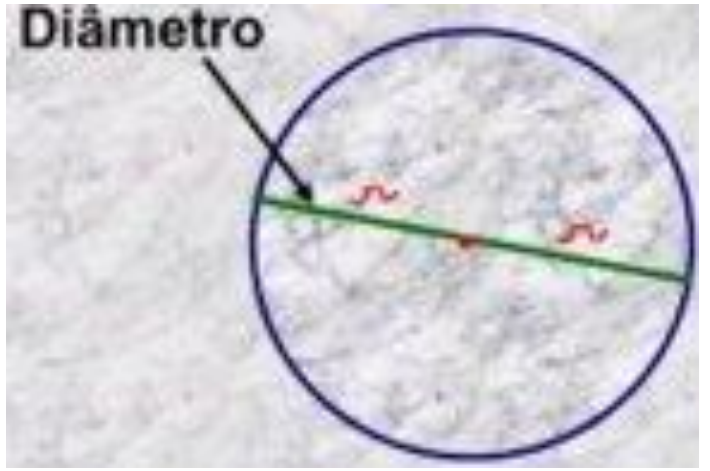


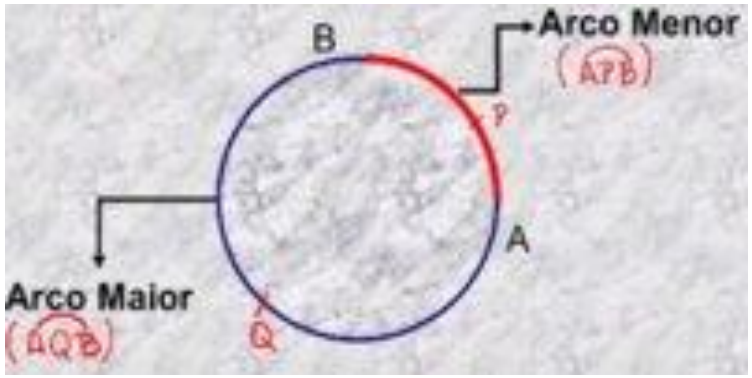
3)



CIRCUNFERÊNCIAS

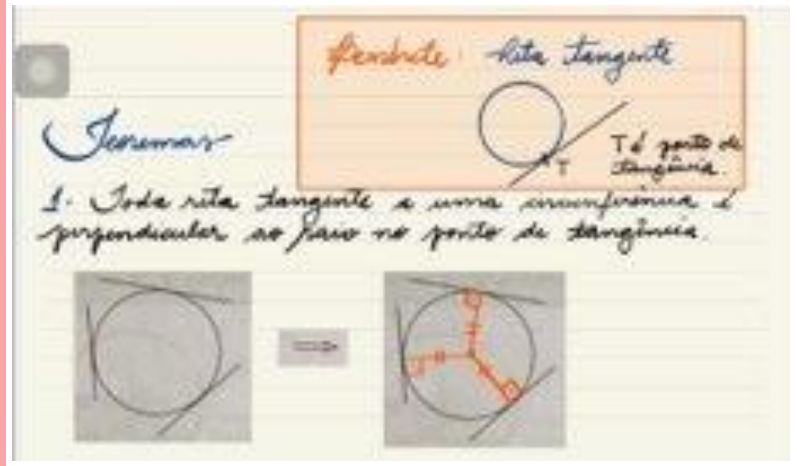
- Uma circunferência é um conjunto de pontos, que possuem as distâncias iguais entre um ponto.
- Raio: O raio é um segmento de reta que vai do centro da circunferência até um ponto da circunferência.
- Corda: É um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.
- Diâmetro: É uma corda que passa pelo centro da circunferência. Assim, a medida de um diâmetro é igual a duas vezes o raio.
- Arco: É uma parte da circunferência. Quando a circunferência apresenta dois arcos podem ser divididos em arco maior e arco menor. Quando o tamanho de ambos os arcos forem do mesmo tamanho, ambos serão chamados de semicircunferências.



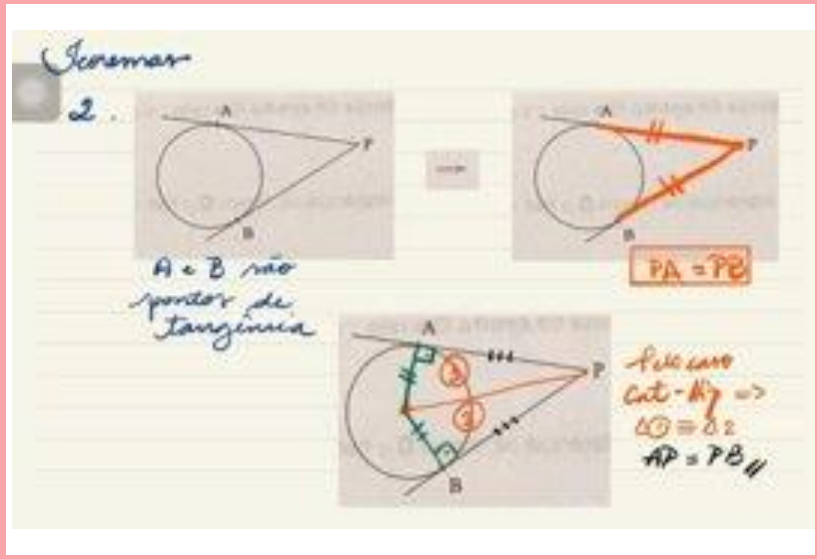


PROPRIEDADES

1) Retas tangentes são retas que apresentam um ponto de tangência, ou seja, um ponto em comum com a circunferência. São perpendiculares ao raio, assim, o raio formará junto com o ponto de tangência um Ângulo de 90°.



2) Nesse caso, quando duas retas que partem de um mesmo ponto tangenciam uma mesma circunferência, pode-se afirmar que a medida de seus lados são iguais. Podemos observar na figura ao lado que as retas AP e BP tangenciam a circunferência pelos pontos A e B. Podemos afirmar que os dois lados dessa reta são iguais pelo caso de congruência Cateto-Hipotenusa. Basta fazer uma reta do raio até o ponto P, e depois traçar uma reta do raio até o ponto A e outra do raio até o ponto B, assim, se formará um ângulo de 90°. Como a distância do raio até o ponto de tangência é a mesma, e a hipotenusa é comum aos dois triângulos, tem-se um caso de congruência.

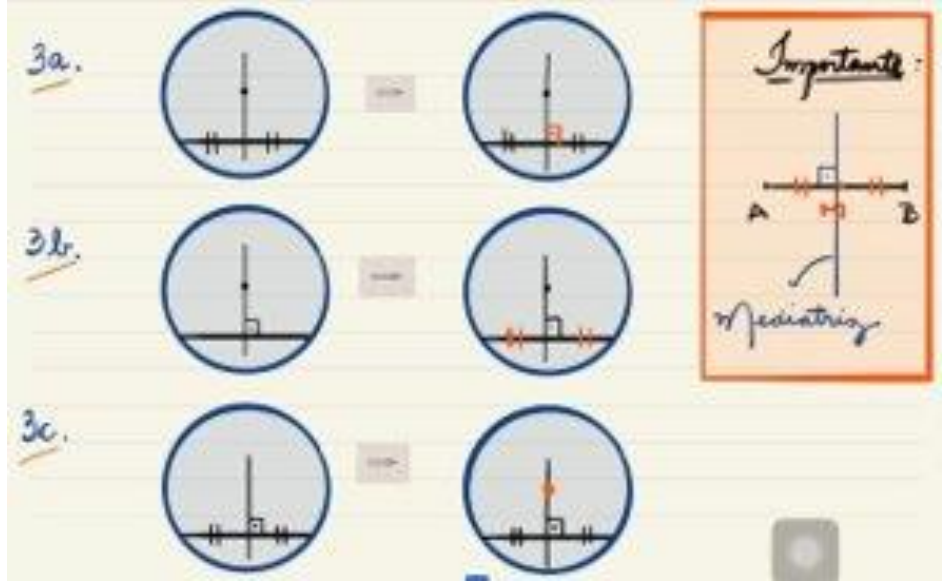


PROPRIEDADES

3A) Nesse caso, uma reta que passa pelo centro e corta uma corda que vai do ponto A ao B (esses pontos são um exemplo) em duas partes. Concluímos assim que essa reta será mediatriz desses do segmento AB, formando um ângulo reto do raio até o segmento.

3B) Nesse caso, a reta que passa pelo centro divide a corda em duas partes, formando a mediatriz desse segmento. Assim, concluímos que as duas retas são iguais.

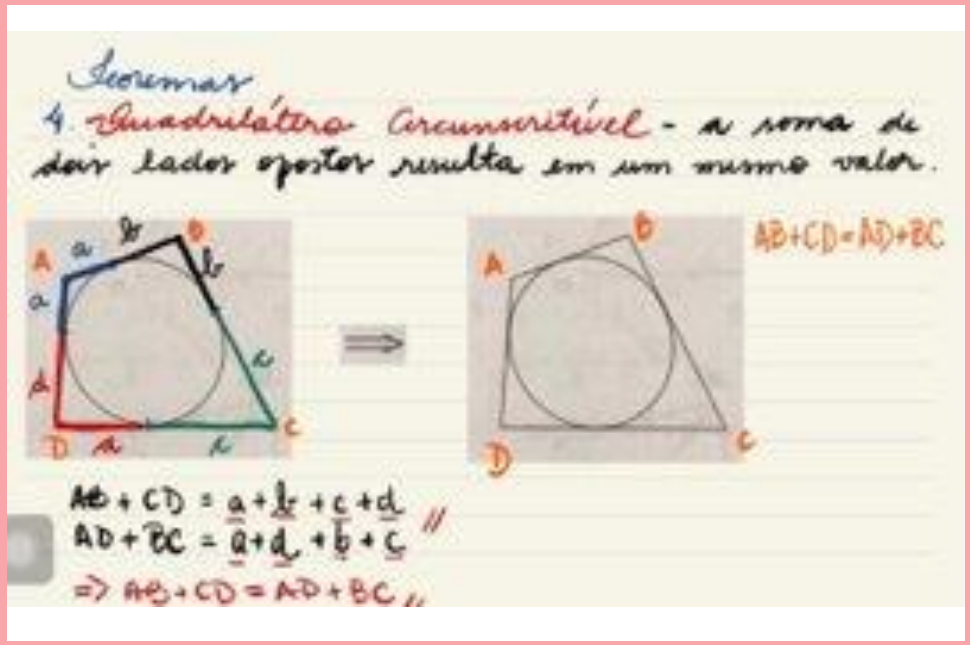
3C) No último caso do terceiro teorema, concluímos que a reta que corta a corda em duas partes passa pelo centro, forma um ângulo de 90° e também duas partes iguais.



PROPRIEDADES

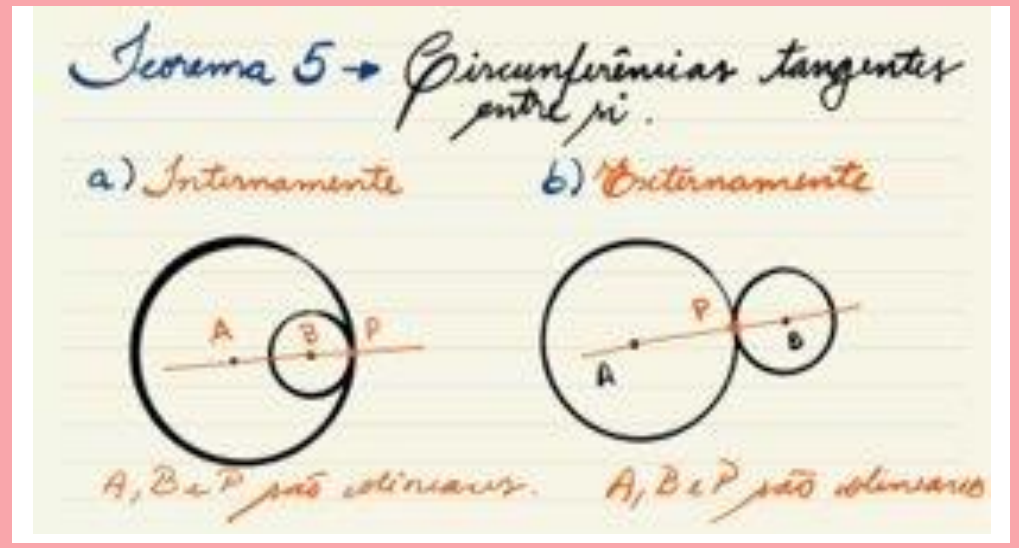
4) Quadrilátero Circunscrito

Nesse caso, quando todos os lados de um quadrilátero tangenciam uma mesma circunferência, a soma dos dois lados opostos será igual à soma dos outros dois lados. Nesse exemplo, temos os lados a, b, c e d. Então: ab+cd = bc+ad.



5) Circunferências tangentes entre si

Duas circunferências podem ser tangentes entre si internamente ou externamente. Em ambos os casos. o raio de uma circunferência, o ponto de tangência e o raio da outra circunferência são colineares, ou seja, formam a mesma linha.



INSCRITO X CIRCUNSCRITO

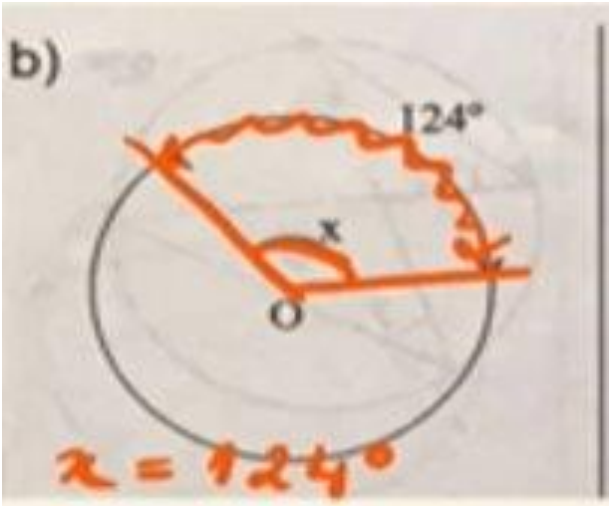
Inscrito: O **polígono** está do lado de **dentro** da circunferência

Circunscrito: A **circunferência** está do lado de **dentro** do polígono

TIPOS DE ÂNGULOS

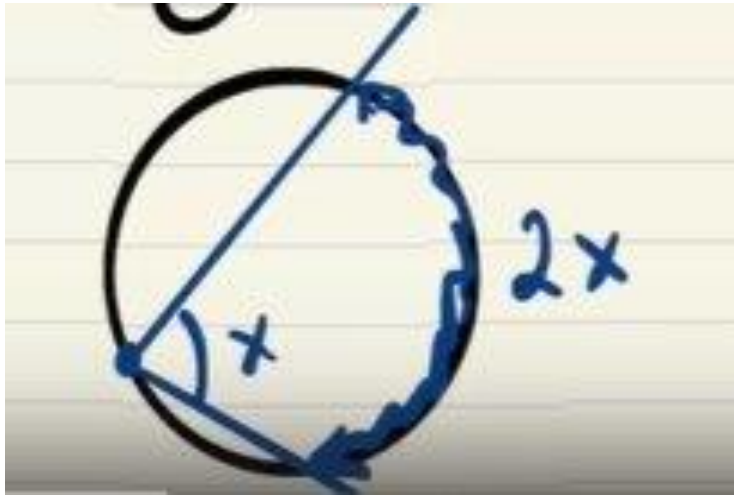
Ângulo central

Qualquer ângulo que tenha seu vértice dentro no centro da circunferência, com isso, a medida do arco que ele determina será X.



Ângulo inscrito

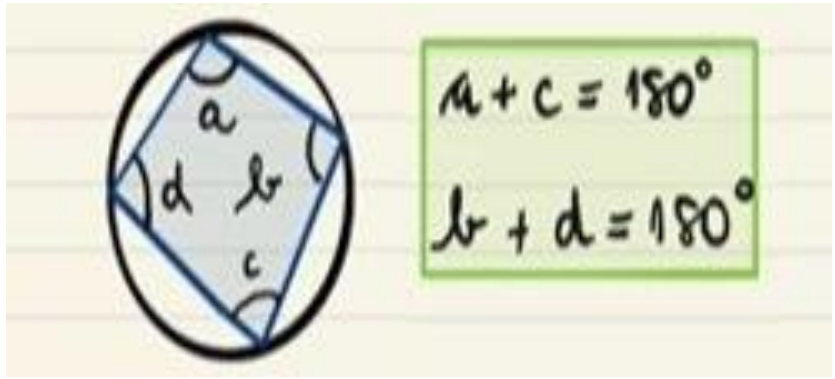
O vértice do ângulo está na circunferência, com isso, o arco que ele determina será igual ao dobro de sua medida



TIPOS DE ÂNGULOS

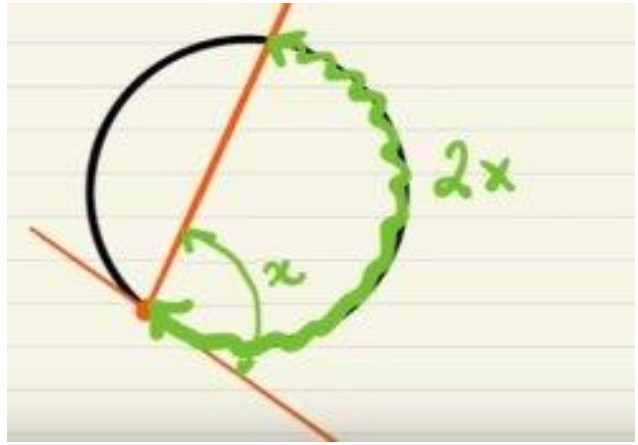
Quadrilátero inscrito

Os 4 vértices do quadrilátero estarão na circunferência. Com isso, a soma dos ângulos opostos serão igual a 180



Ângulo de segmento ou semi inscrito

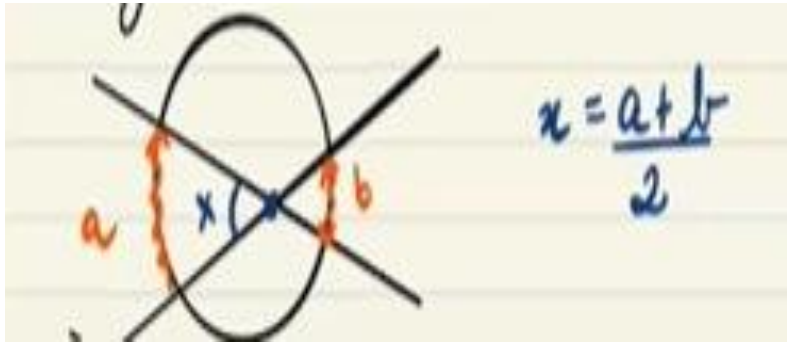
É o ângulo onde um de seus vértices na circunferência, um de seus lados contém uma corda e outro é tangente. Com isso, o arco que ele determina valerá o dobro da medida



TIPOS DE ÂNGULOS

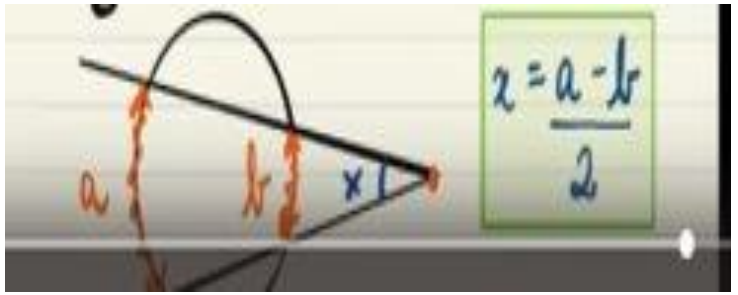
Ângulo excêntrico interior

O vértice está dentro da circunferência. Com isso, a medida de seu ângulo é igual a média das medidas dos arcos determinados pelos seus lados



Ângulo excêntrico exterior

O vértice está fora da circunferência e seus lados têm pontos em comum com a circunferência. Com isso, a medida de seu ângulo é igual a metade da diferença dos arcos compreendidos entre seus lados.



PROBLEMAS LITERAIS

Determinar 3 números inteiros e consecutivos tais que, a diferença entre o triplo do maior e o menor, é igual ao do meio somado com 104.

Primeiramente, vamos determinar esses números consecutivos. Para tal, iremos determinar primeiro o número do meio, que será então X. O anterior/menor, então, será X-1 e o sucessor/maior X+1. Vamos tentar armar a equação.

A diferença, ou seja, o resultado da subtração entre o triplo do número maior (X+1) e o número menor (X-1) é igual ao do meio (X) somado com 104. Vamos traduzir isso em uma equação:

A diferença entre o triplo do maior e o menor, é igual ao do meio somado com 104.

$3(X+1) - (X-1) = X+104$

Depois que fazer as distributivas ficará:

$3X + 3 - X + 1 = X + 104$

Agora basta resolver essa equação. Com isso X será igual a 100.

PROBLEMAS LITERAIS

Determine o número de alunos de uma classe, sabendo-se que 1/3 deles está na aula de Educação Física, $\frac{1}{4}$ no laboratório e os 20 restantes na Biblioteca.

Antes de tudo, vamos ver a que o "1/3" e "1/4" se referem. Nesse caso eles se referem ao número de alunos de uma classe. Vamos chamar, então, esse número de alunos de X e, consequentemente o ⅓ de ⅓ de X e o $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ de X. O 20 é só 20 alunos mesmo. Sabendo disso, vamos estabelecer uma relação entre esses termos. Bom, podemos dizer que o ⅓ de alunos que estão na aula de Ed. Física + o $\frac{1}{4}$ de alunos que estão no laboratório + o restante que estão na biblioteca, é igual ao número total de alunos. Agora vamos traduzir isso em uma equação.
⅓ de alunos que estão na aula de Ed. Física + o $\frac{1}{4}$ de alunos que estão no laboratório + o restante que estão na biblioteca, é igual ao número total de alunos.

$\frac{1}{3}X + \frac{1}{4}X + 20 = X$

Agora que temos a equação, iremos resolvê-la. Primeiramente, iremos achar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores desses números (Para aqueles que não têm denominadores, como o 20 e o X coloque o 1 mesmo). Qual o mínimo múltiplo comum entre 3, 4, 1 e 1? 12!. Após isso, faça apenas uma fração contendo o denominador 12. Depois, que fizer isso, você pegará o 12, dividirá pelos denominadores das frações e o resultado você multiplicará pelo numerador. ficará assim:

Primeira fração: ⅓ X; 12/3 = 4; 4. 1 = 4X

Segunda fração: $\frac{1}{4}$ X; 12/4 =3; 3.1 =3X

Terceira fração: 20/1; 12/1 =12; 12.20 = 240.

Quarta fração: X/1; 12/1 = 12; 12.X = 12x

Então vamos organizar essa fração.

4x+3X+240/12 = 12X/12

Depois disso, os denominadores dessas duas frações, no caso o 12, se anularão. Ficando então:

4X+3X+240 = 12X

Agora basta resolver essa equação. O resultado será X=48, ou seja, o número total de alunos na turma é de 48 alunos.

PROBLEMAS LITERAIS

Num quintal, há galinhas e coelhos, ao todo 35 cabeças e 116 pés. Quantos animais há de cada espécie?

Primeiramente, diremos que o número de galinhas é X e o de coelhos Y. Sabemos que tanto a galinha quanto o coelho tem apenas uma cabeça cada um e ao somar os dois números resultará em 35 cabeças, então podemos colocar:

$X+Y=35$

Para sabermos o número de pés temos que pensar primeiramente: Quantas patas há cada animal? Os coelhos (X) têm 4 patas cada um, já as galinhas (Y) têm duas cada. Então a cada coelho (X) conta-se 4 patas e a cada galinha (Y) conta-se 2 patas. Então colocaremos assim:

$4.X+2.Y=116$

Então o sistema ficará:

$X+Y=35$

$4X+2Y=116$

Arrumaremos de uma forma que ou os Ys se anulem ou os Xs. Irei preferir anular o Y. Para isso, multiplicarei a primeira equação por -2. Ficará:

$-2X-2Y=-70$

$4X+2Y=116$

Após resolver ficará:

$2X=46$

Resolvendo ficará X=23. Ou seja o número é de coelhos é de 23. Para descobrir o número de galinhas, basta resolver uma das equações substituindo o X por 23:

$X+Y=35$ é o mesmo que $23+Y=35$, ou seja, o número de galinhas (Y) =13

INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

As inequações do primeiro grau se caracterizam pela presença dos sinais "<", ">", "≤" ou "≥". Além disso, a incógnita estará sempre no primeiro grau, ou seja, a incógnita sempre estará elevada 1 (Por isso Inequação do Primeiro Grau). Exemplo de Inequação do Primeiro Grau:

$$x+7 > 999$$

Tá, mas como resolvemos elas? Acalme-se, caro gafanhoto, antes eu tenho que te explicar alguns detalhes:

Você verá que no decorrer dos exercícios resolvemos as inequações com equações do primeiro grau com o ">" e suas variações desempenhando o mesmo papel do "=". Porém, há algumas diferenças entre eles. Nas equações do primeiro grau, não podemos deixar a incógnita negativa e quando isso acontece devemos multiplicar por -1. Nas Inequações acontece a mesma coisa, porém quando você multiplicar a inequação por -1, você também terá que inverter a direção do ">" e suas variações. Como assim?? Quando multiplicado por -1, o "<" vira ">" e o "≤" "≥" e vice-versa. Vamos resolver alguns exercícios para ficar claro essa regra.

INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Quais são os resultados naturais da inequação a seguir?

$2x - 18 > 4x - 38$

Assim como em uma equação do primeiro grau, devemos isolar o x. Para isso, vamos passar o 4x e o -18 para o outro lado ficando:

$2x-4x > -38+18$

$-2x > -20$

$-x > -10.$

Como já explicado anteriormente, não podemos deixar a incógnita negativa, então multiplicamos por -1, com isso o ">" também será invertido ficando "<", assim:

$-x > -10 \ (-1)$

$x < +10.$

Portanto sabemos que x tem que ser menor que 10, mas ao mesmo tempo tem que ser maior ou igual que 0, pois queremos apenas números naturais e números negativos não são um números naturais (0 é natural também, por isso maior ou igual a 0). Portanto: $S= \{0 \leq x < 10\}$.

INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Qual o valor de x para a seguinte inequação:

$$\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} > \frac{2x}{4} + \frac{1}{3}$$

Vamos achar primeiro o MMC dos denominadores. O MMC de 2, 3 e 4 é 12. Sabendo disso, iremos dividir o 12 pelos denominadores de cada fração e depois multiplicar pelo numerador. Tá....Um pouco confuso, mas é fácil:

Primeira fração: 12/3 = 4; 4.x = 4x
Segunda fração: 12/2 = 6; 6 (x+1) = 6x +6
Terceira fração: 12/4 = 3; 3.2x = 6x
Quarta fração: 12/3 = 4; 4.1= 4

Agora:

$\frac{4x - (6x+6)}{12} > \frac{6x + 4}{12}$ -------- $\frac{4x -6x -6}{12} > \frac{6x +4}{12}$ (Denominadores se anulam)

$4x -6x -6 > 6x+4$
$-2x-6 > 6x+4$ (Isolamos x, passando o 6x para um lado e o -6 para o outro)
$-2x-6x > 4+6$
$-8x > 10$
$-x > \frac{10}{8}$ (/2)
(/2)
$-x > \frac{5}{4}$ (Multiplicando tudo por -1 e invertendo TODOS os sinais)
$x < \frac{-5}{4}$

Portanto, $S=\{x<\frac{-5}{4}\}$

SISTEMA DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Um sistema de Inequações do Primeiro Grau, basicamente, é um sistema normal só que com os sinais "<", ">", "≤" ou "≥". Mas o modo de resolvê-lo é diferente, já que o valor de x tem que satisfazer as duas inequações.

OBS: Caso os valores de x não satisfaçam as duas equações, logo a resposta será conjunto vazio. Por exemplo, se a sua resposta disser que x tem que ser menor que -4, mas ao mesmo tempo maior que +6, a resposta será conjunto vazio, pois não há nenhum número que satisfaça essas duas condições ao mesmo tempo.

SISTEMA DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Para resolver um sistema de inequação você vai resolver cada equação separadamente como já fizemos anteriormente. Vamos começar resolvendo a primeira equação:

x+5 > 3 (Isola o x passando o +5 para o outro lado)

x > -5+3

x > -2

Guarde esse resultado, pois ele será muito importante no final. Agora vamos resolver a segunda equação:

x - 1 < 8 (Isola o x passando o -1 para o outro lado)

x < 8+1

x < 9.

Pronto resolvemos as duas equações e agora? Agora iremos juntar as informações que as equações nos deram:

A primeira nos diz que x tem que ser maior que -2 e a segunda nos diz que x tem que ser menor que 9, ou seja, para satisfazer esse sistema x tem que ser maior que -2, mas ao mesmo tempo menor que 9. A resposta então ficará: S= { -2 < x < 9}.

$$\begin{cases} x + 5 > 3 \\ x - 1 < 8 \end{cases}$$

SISTEMA DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Vamos além, digamos que a pergunta peça para que você represente a sua resposta em uma reta, como fazemos? É simples, de uma maneira simplificada você traçará uma reta, colocará os valores (do menor para o maior), embaixo deles uma bolinha aberta e pintará nessa reta os possíveis valores de x, ficaria como a reta ao lado.

OBS: Para a bolinha ser fechada, a condição da equação tem que ser "maior ou igual a" ou "menor ou igual a", se a condição for apenas "maior que" ou "menor que" a bolinha será aberta. Ou seja, se nesse caso, x fosse ≤ 9, então a bolinha do 9 seria fechada, mas como x só pode ser menor que 9, então a bolinha é aberta.

SISTEMA DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Ana tem duas vezes a idade que Maria terá daqui a dez anos, entretanto, a idade de Ana não supera o quádruplo da idade de Maria. O que podemos afirmar da idade de Maria?

Primeiramente vamos chamar a idade de Ana de X e a de Maria de Y. Com isso temos que a idade de Ana (X) é o dobro (2 vezes) da idade de Maria daqui a 10 anos (Y+10), logo:

$X = 2.(Y+10) = 2Y+20.$

Temos a primeira equação, agora vamos para a segunda parte: No entanto, a idade de Ana (X) não supera (Ou seja, é menor ou igual) o quádruplo da idade de Maria (4y), então:

$X \leq 4Y.$

Vamos montar o sistema agora:

$\{ x = 2y+20$

$\{ x \leq 4y$

Nesse caso, podemos aplicar o método da substituição, como sabemos que o valor de x é 2y + 10, podemos trocar na segunda equação ficando:

$2y+20 \leq 4y$ (Para isolar o y, acho mais fácil passar o 2y para o outro lado)

$20 \leq 4y-2y$

$20 \leq 2y$

$10 \leq y$

Portanto, podemos afirmar que a idade de Maria (Y) tem que ser maior ou igual a 10.

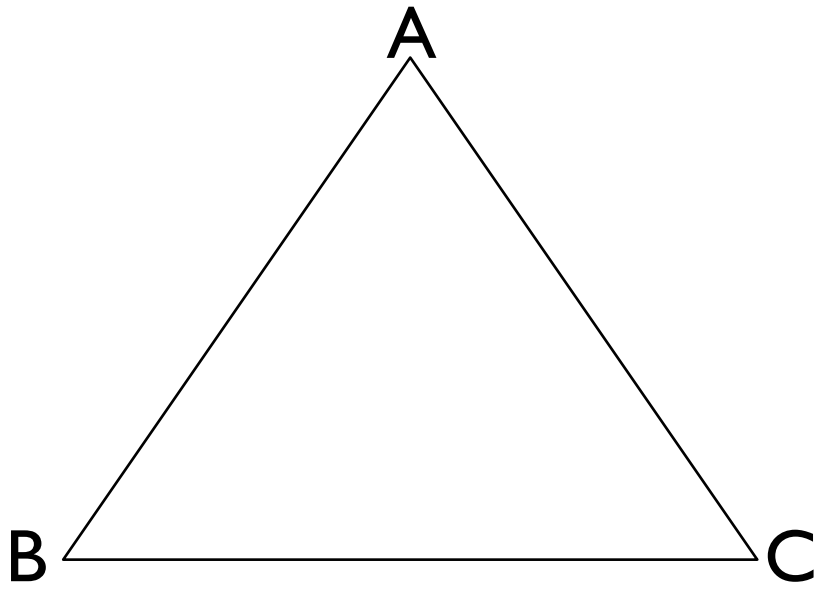
DESIGUALDADE DE TRIÂNGULOS

A desigualdade de triângulos é uma regra sobre as medidas dos lados de um triângulo na hora de sua montagem. A regra diz o seguinte: O lado de um triângulo tem que ser menor que a soma dos outros dois lados e maior que o módulo da diferença deles (Desses dois lados).

Por exemplo, veja o triângulo ABC ao lado. Segundo essa regra:

$|AC - BC| < AB < AC + BC$
$|AB - BC| < AC < AB + BC$
$|AB - AC| < BC < AB + AC$

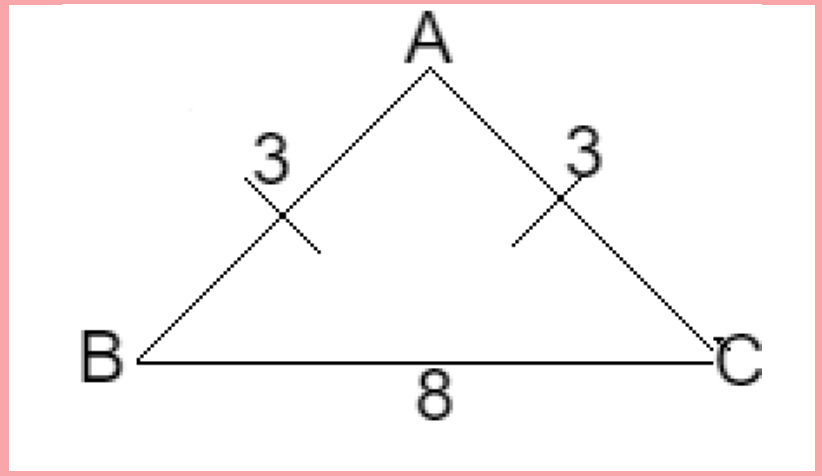
É uma regra que pode parecer boba, mas que pode te ajudar muito em algumas questões.



DESIGUALDADE DE TRIÂNGULOS

Um triângulo Isósceles ABC possui lados com medida de 3 e 8 centímetros, qual o seu perímetro?

Dois dos três lados do triângulo isósceles são iguais, mas qual a medida desses lados? A desigualdade de triângulos nos ajuda a saber. A princípio podem ser os 2 triângulos ao lado.



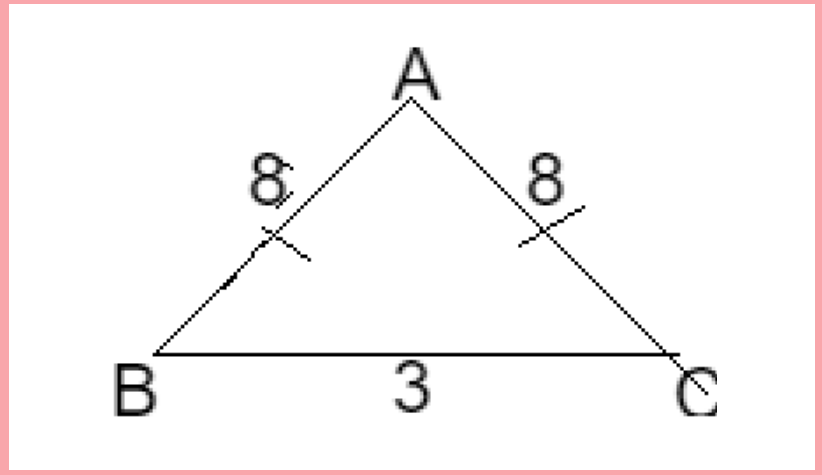
Vamos descobrir qual triângulo é por meio da desigualdade de triângulos:

Primeiro triângulo:

AB < AC + BC ----- 3 < 3+8 ----- 3 < 11 ✓

AC < AB + BC ----- 3 < 3+8 ----- 3 < 11 ✓

BC < AC + AB ----- 8 < 3+3 ----- 8 < 6 ✗



Segundo triângulo:

AB < AC + BC ----- 8 < 8 + 3 ----- 8 < 11 ✓

AC < AB + BC ----- 8 < 8 + 3 ----- 8 < 11 ✓

BC < AC + AB ----- 3 < 8 + 8 ----- 3 < 16 ✓

Logo o triângulo certo tem que ser o de lados 8, 8 e 3, com isso o seu perímetro será de 19cm.

DESIGUALDADE DE TRIÂNGULOS

As medidas, em centímetros, dos lados de um triângulo são 6, 11 e x+4. Quantos valores inteiros x pode assumir?

Essa é uma mistura de desigualdade de triângulo com inequação. Você pode resolvê-la usando o mesmo método da questão anterior e depois juntar as informações que as equações te derem (Como eu fiz da primeira vez antes de saber da maneira rápida), mas eu vou preferir fazer da maneira rápida.

Na maneira mais rápida utilizaremos tudo o que a regra da desigualdade nos fala "Um lado é menor que a soma dos outros dois e maior que o módulo da diferença dos outros dois". Faremos uma inequação com todas essas informações:

$|6-11| < x+4 < 6+11$

$|-5| < x + 4 < 17$ (O resultado do módulo é sempre o mesmo número só que positivo).

$5 < x + 4 < 17$ (Devemos isolar o x. Para isso tiraremos 4 de todas as equações)

$5-4 < x +4 -4 < 17-4$

$1 < x < 13$

Pronto, a condição necessária é que x tem que ser maior que 1, mas menor que 13, então todos os números entre 1 e 13 podem ser o valor de x. Sabendo disso, vamos contar quantos números inteiro são maiores que 1 e menores que 13:

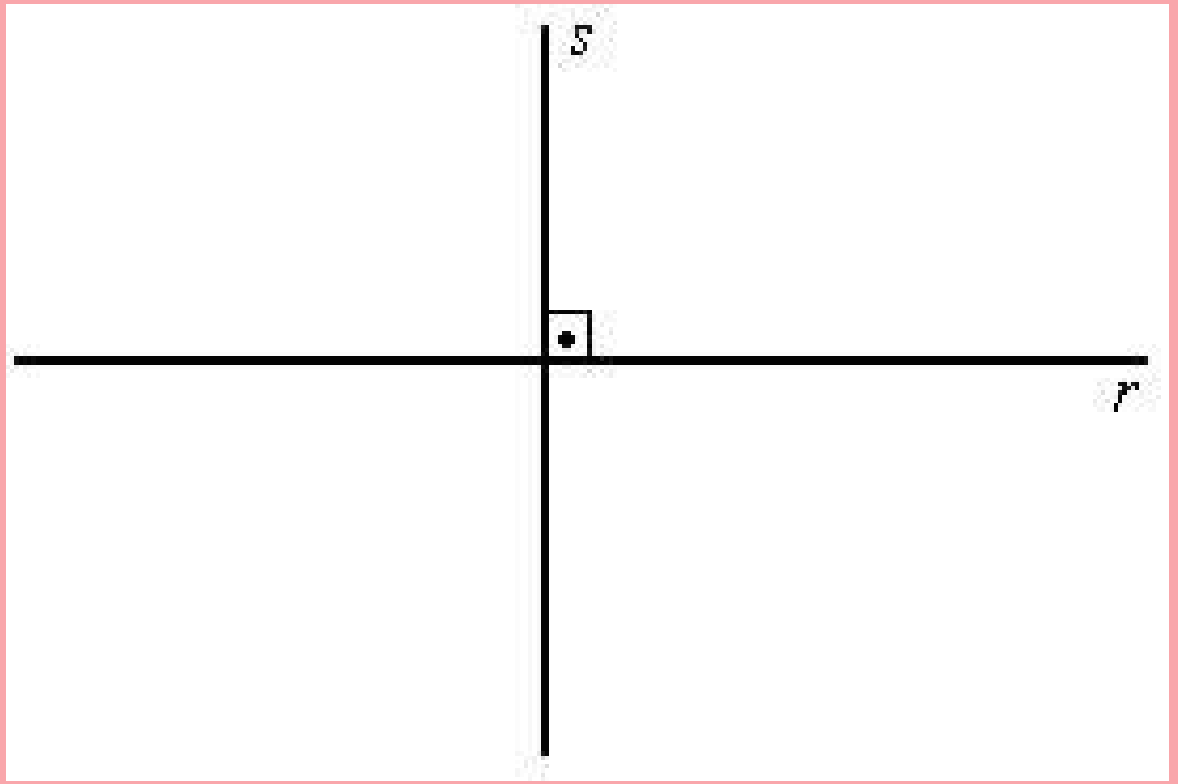
$x = 2$; $x = 3$; $x = 4$; $x = 5$; $x = 6$; $x = 7$; $x = 8$; $x = 9$; $x = 10$, $x = 11$, $x = 12$.

Portanto, x pode ser 11 números inteiros.

DEFINIÇÃO DE PERPENDICULARIDADE

Por norma, as retas são perpendiculares quando, ao se cruzarem, formarem um ângulo de 90°. Nos estudos da matemática geométrica, a perpendicularidade é a noção que analisa as chamadas "retas perpendiculares", que consistem naquelas que apresentam uma posição perpendicular perante outras retas em determinado plano.

Duas retas r e s são perpendiculares se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos "retos".



PROPRIEDADES DO QUADRADO INSCRITÍVEL

Dizemos que um quadrado é inscrito em uma circunferência quando todos os seus vértices pertencem a ela. Quando um quadrado estiver inscrito em uma circunferência, ele terá algumas propriedades muito úteis para a resolução de exercícios:

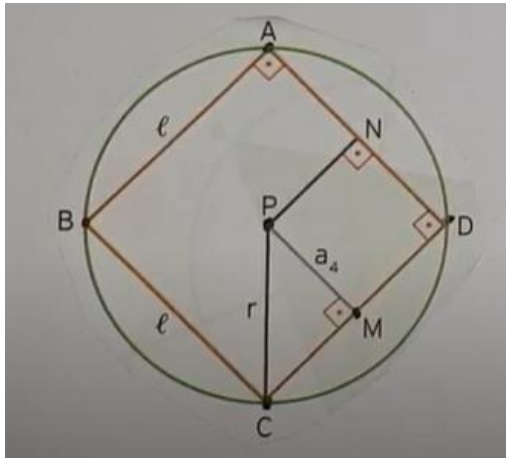
1) O raio da circunferência será igual a metade da diagonal do quadrado, ou seja, o raio (R) será igual ao $\frac{\text{lado(L)}.\sqrt{2}}{2}$

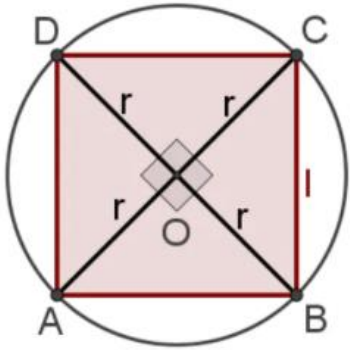
2) A medida do lado (L) do quadrado será igual ao raio (R).$\sqrt{2}$

3) A apótema (A) será igual ao $\frac{\text{raio (R)}.\sqrt{2}}{2}$

OBS: A apótema é o segmento A que sai do centro da circunferência até o ponto Médio do lado do quadrado formando um ângulo de 90 graus. Vale lembrar que o ponto médio divide o lado do quadrado em duas partes iguais.

4) Os ângulos centrais do quadrado s retos





PROPRIEDADES DO QUADRADO INSCRITÍVEL

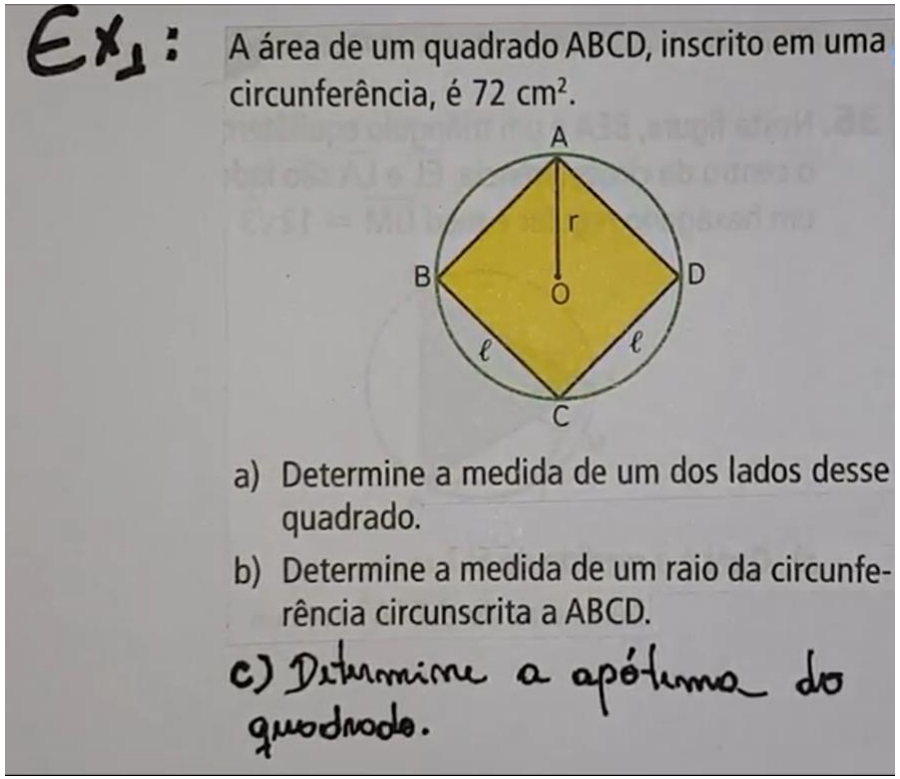
A) O primeiro exercício nos pede para determinar a medida de um dos lados do quadrado sabendo que a área dele é de 72cm2. Como é um quadrado, então todos os lados são iguais, então a área será igual ao lado2, nesse caso será igual a L2.

L2 = 72

L = √72 (√72 = √22 . √32 . √2)

L = 6√2

Portanto o lado desse quadrado mede 6√2 cms.



PROPRIEDADES DO QUADRADO INSCRITÍVEL

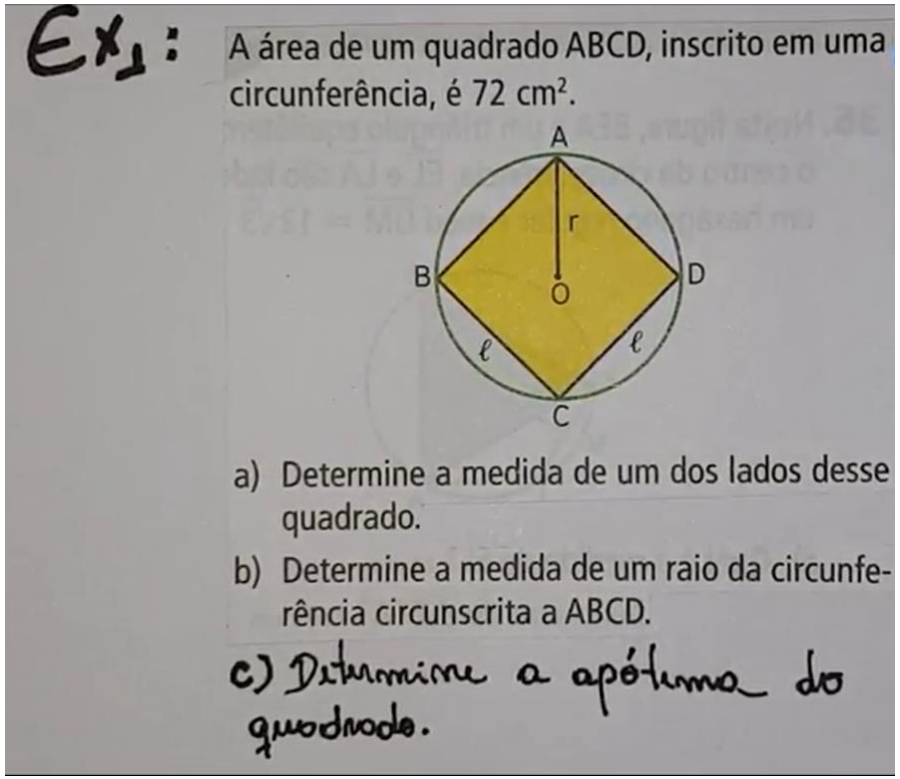
C) Agora é pedido que achemos a apótema do quadrado. Vamos lá:

$$\text{Apótema} = \frac{\text{raio}.\sqrt{2}}{2}$$

Descobrimos no exercício anterior que o raio é igual a 6cms, então podemos substituir:

$$\text{Apótema} = \frac{6.\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Apótema} = 3\sqrt{2}\ \text{cms}$$



ÁREA DO CÍRCULO

Sabemos que a área de um polígono é igual ao seu semiperímetro multiplicado por seu apótema, sendo assim, podemos definir a área do círculo como:

$$\pi r^2$$

Exemplos:

a) Determine a área de um círculo de raio 10 cm (use pi igual a 3).

$\pi(10)^2 \rightarrow 100\pi \rightarrow 3.100 \rightarrow 300$

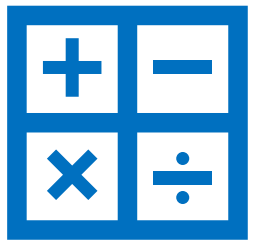
B) Determine o raio de uma circunferência de área 75 (use pi igual a 3).

$3r^2 = 75 \rightarrow r^2 = 25 \rightarrow R=5$

PPT DO GABRIEL E DO JOÃO

CP2

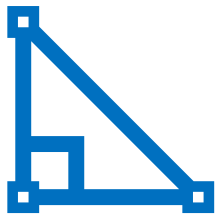
Contribuições dos powerpoints do Gabriel Batista e do João Pedro Santos ☺

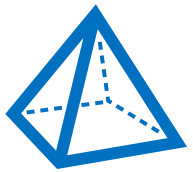


Matemática

Vestibulinho

X^2





Dizima Periódica

A Dízima periódica é um número racional infinito e com uma parte que sempre irá se repetir. Por exemplo, 0,333333333333333…… Perceba que o 3 vai se repetir para sempre, portanto ele é o período dessa dízima. Podemos representar o período de uma dízima, colocando um traço em cima do período, por exemplo:

$0{,}444... = 0{,}\overline{4}$

$0{,}666... = 0{,}\overline{6}$

$0{,}12333... = 0{,}12\overline{3}$

Mas como resolver:

1) Qual a fração geratriz de 0,777.....?

Para resolver essa questão, você tem que primeiramente ver se é uma dízima simples ou composta. Para isso, você tem que achar a parte que se repete, que nesse caso é o 7, e depois ver se há um outro número antes do período. Nesse caso não, o período vem logo após a vírgula, portanto é simples. Depois que você achar a parte que se repete, você deve ver por quantos algarismos esse período é formado e o resultado disso vai ser o tanto de 9 no denominador.

Tá....parece meio confuso, mas vamos lá: O 7 é formado por apenas UM algarismo que é o próprio 7, portanto ele terá apenas UM 9 no denominador. Mas denominador? Sim, ele quer saber a fração que deu origem a essa dízima. Nesse caso o denominador dessa fração é o 9. Mas e o numerador? O numerador será o período, ou seja, o 7. Então a fração geratriz dessa dízima é 7/9.

E essa?

2) Qual a fração geratriz de 0, 122222222...?

Vamos identificar se essa dízima é simples ou composta, ou seja, há algum número logo após a vírgula que não seja o período? Sim! O período é o 2, mas o 1 aparece logo após a vírgula, portanto é uma dízima composta. Ok, sabendo o período e que ela é composta, vamos resolvê-la. A primeira coisa que você deve fazer é passar esse número que não faz parte do período pro outro lado da vírgula por meio de multiplicações. Mas como? Que número que vezes 0,1 dá 1,0? O 10! Guarde essa informação... Dica: Para tirar a parte não periódica do número decimal, você sempre multiplicará por um múltiplo de 10 (10, 100, 1000 etc.), mas para saber por qual, basta contar por quantos números essa parte não periódica é formada, esse resultado será o mesmo tanto de 0 que terá a direita do 1. Nesse caso, a parte que não se repete é formado apenas pelo 1, ou seja, UM algarismo apenas, e a gente multiplicou esse por 10, que tem apenas UM 0.

Depois disso, devemos pensar por quantos algarismos são formados esse período? Por UM, então é apenas UM 9 no denominador. Ok, então a fração geratriz que gera a dízima 0,222... é 2/9. Depois disso, você tem que pegar a parte não periódica que no caso é o 1 (mas inteiro, já que você o transformou em inteiro depois de multiplicar o 0,1 por 10) e somar com 2/9. Nesse caso, o pensamento é basicamente: Denominador vezes o número que está sendo somado + o numerador, nesse caso, 9x1 + 2. Isso dará: 11/9. Mas se você pegar a calculadora e fizer essa divisão, não dará certo, pois você se esqueceu de um detalhe que eu mandei você lembrar... O 10! Para que dê certo, você tem que pegar o 10 e multiplicar pelo denominador, ou seja, pelo 9 que dará 90. Portanto a resposta desse item é 11/90.

Expressão Algébrica

e) $-3x(2x^2 - 3x + 2) - 2x^2(3x - 2) - (16x^3) : (4x) - (-56x^3) : (-7x^2) + 14x$

Vamos começar separando as contas: $-3x(2x^2 - 3x + 2)$; $-2x^2(3x-2)$; $-(16x^3) : (4x)$; $-(-56x^3)$; $(-7x^2)$; $+14x$.

Agora vamos por parte (multiplique os números e quando multiplicar x por x, some os expoentes, quando for dividir, divida os números e subtraia os expoentes e não esqueça do sinal):

1) $-3x(2x^2 - 3x + 2)$

A) $-3x \cdot 2x^2 = +9x^3$

B) $-3x \cdot -3x = +9x^2$

C) $-3x \cdot +2 = -6x$

Portanto, o resultado dessa conta é $-6x^3 + 9x^2 - 6x$

2) $-2x^2(3x-2)$

A) $-2x^2 \cdot 3x = -6x^3$

B) $-2x^2 \cdot -2 = 4x^2$

Portanto, o resultado dessa conta é $-6x^3 + 4x^2$

3) $-(16x^3) : (4x)$

A) - com + é menos, portanto $-16x^3 : 4x = -4x^2$

4) $-(-56x^3)$; $(-7x^2)$

A) - com - dá +, portanto, $+56x^3 : -7x^2 = -8x$

5) Por fim, $+14x$

Agora vamos juntar todos esses resultados em uma só expressão:

$-6x^3 + 9x^2 - 6x - 6x^3 + 4x^2 - 4x^2 - 8x + 14x$

Agora vamos somar todos os fatores iguais, portanto ficará:

1) $-6x^3 - 6x^3 = -12x^3$

2) $+9x^2 + 4x^2 - 4x^2 = +9x^2$

3) $-6x - 8x + 14x = 0$

Portanto a resposta é $-12x^3 + 9x^2$

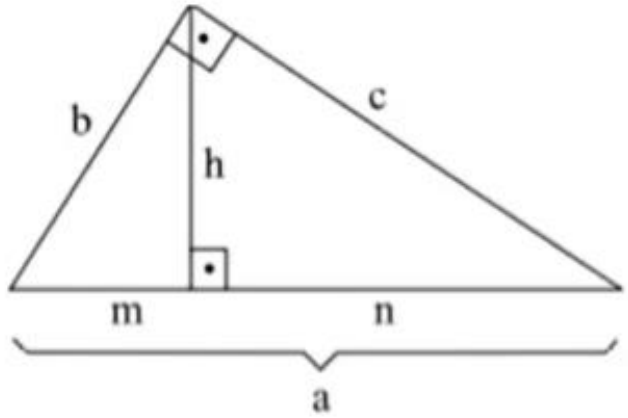
Relações Métricas no Triângulo Retângulo

O grande pulo do gato nessas questões é LEMBRAR (não cole pls) das equações do Triângulo Retângulo:

Resumindo:

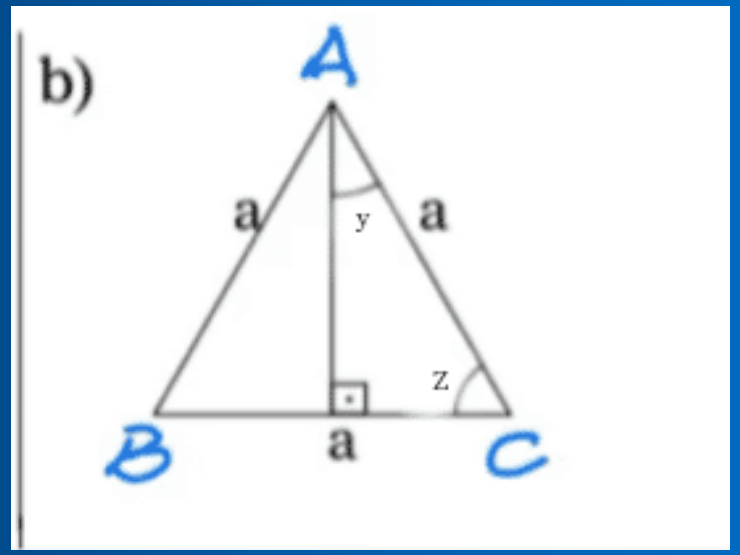
$h^2 = m\,n$ $\quad b^2 = m\,a$ $\quad c^2 = n\,a$ $\quad bc = a\,h$

$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad b^2 = h^2 + m^2$ $\quad c^2 = h^2 + n^2$



Identificando cada situação, você conseguirá resolver qualquer exercício, falando nisso, vamos resolver alguns:

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



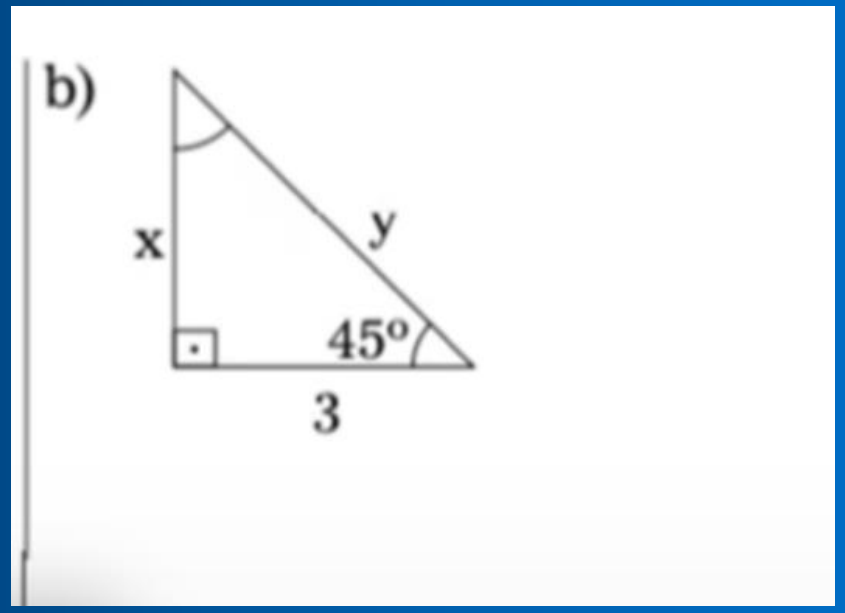
Vamos determinar os ângulos y e z nesse caso.
Bom, a primeira coisa a se notar é que o triângulo abc é um triângulo equilátero. Portanto, cada um de seus ângulos internos mede 60°, e com isso sabemos que z = 60°. Já para o ângulo y podemos resolver tanto somando (y+90+60=180) quanto dividindo (60/2), pois sabemos que o ângulo A foi dividido ao meio.

y+ 90+60=180
y=180-90-60
y=30

_____

x=60÷2
y=30

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo Isósceles

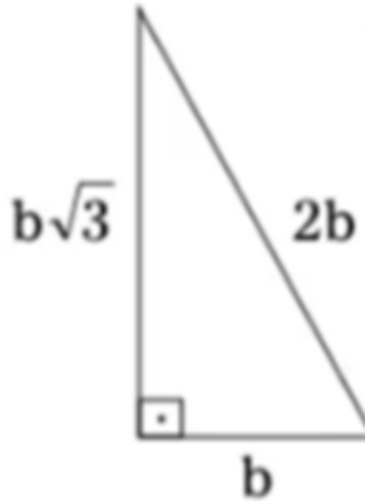


Antes de realizar esse exercício lembre-se que há uma regra: hipotenusa= cateto.√2 /// Cateto = hipotenusa ÷ √2. Lembre-se também que há dois lados iguais. Portanto:

x = 3
y = 3 √2

Relações Métricas no Triângulo Retângulo com ângulos de 30° e 60°

São metade de um triângulo equilátero. Sendo assim, há uma regra: Lado oposto ao ângulo de 30° = b. Lado oposto ao ângulo de 60° = b√3. Lado oposto ao ângulo de 90° = 2b

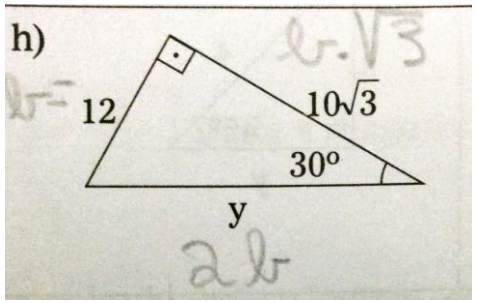


Exercício b

x = x √3 = 5 √3.
x = 5

y = 2x
y= 2.5
y = 10

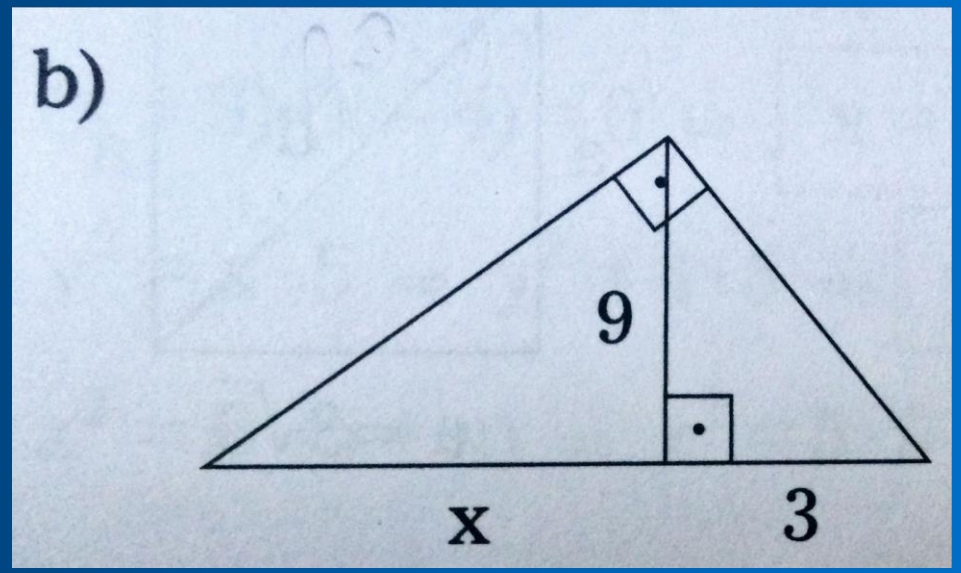
Exercício H



12 = b
y = 2b
x = b.√3

x = 12√3
y = 2.b = 2.12
y = 24

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo

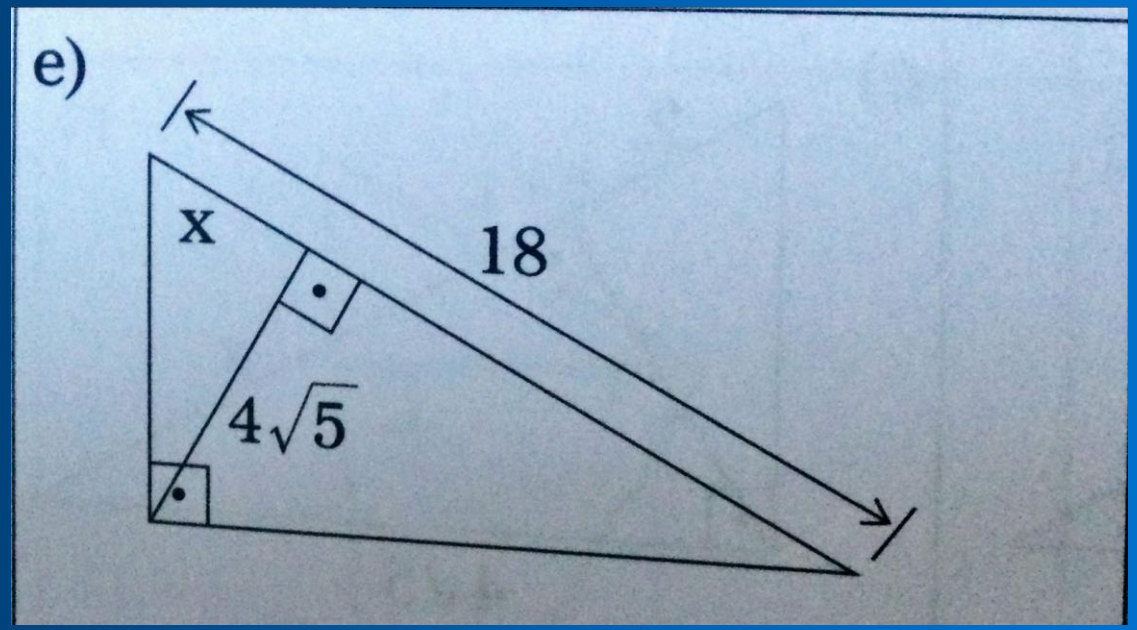


Primeiramente, vamos identificar a relação desse triângulo com o triângulo “modelo”, vamos lá:
O “9” é a altura do triângulo, então será “H”
O “X” faz parte da hipotenusa e do triângulo maior, então será o “M”
O “3” faz parte da hipotenusa e do triângulo menor, então será o “N”

Agora basta ver qual equação que há uma relação com essas 3 incógnitas (H, M e N). A única equação com esse critério é $H^2 = M.N$. Então basta mudar os valores:

$H^2 = M.N$
$9^2 = X.3$
$81 = 3x$
$x = 81/3$
$x= 27$

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Esse não é tão óbvio quanto o outro, mas é muito fácil de fazer. Vamos fazer as relações:
O “$4\sqrt{5}$” é a altura do triângulo, portanto será “H”
O “X” faz parte da hipotenusa e do triângulozinho, então é “N”.

Até aqui, a única equação possível é $H^2 = M.N$. Já sabemos o valor de H e N, mas e M? É simples, 18 é o valor de toda a hipotenusa e x é o valor de uma parte dela, portanto a outra parte (M) será toda a hipotenusa - X, ou seja, M = 18 - X. Sabendo de todas as incógnitas vamos resolver:

$H^2=M.N$
$(4\sqrt{5})^2 = x.\ (18 - x)$

Parte 1:
$(4\sqrt{5})^2$
$4\sqrt{5}\ .\ 4\sqrt{5}$
$4.4 = 16$
$\sqrt{5}\ .\ \sqrt{5} = 5$
$16.5 = 80$
$(4\sqrt{5})^2 = 80$

Parte 2:
$x.(18-x)$
$18.\ x = 18x$
$-x.x = -x^2$
$x.(18-x) = 18x-x^2$

Portanto:

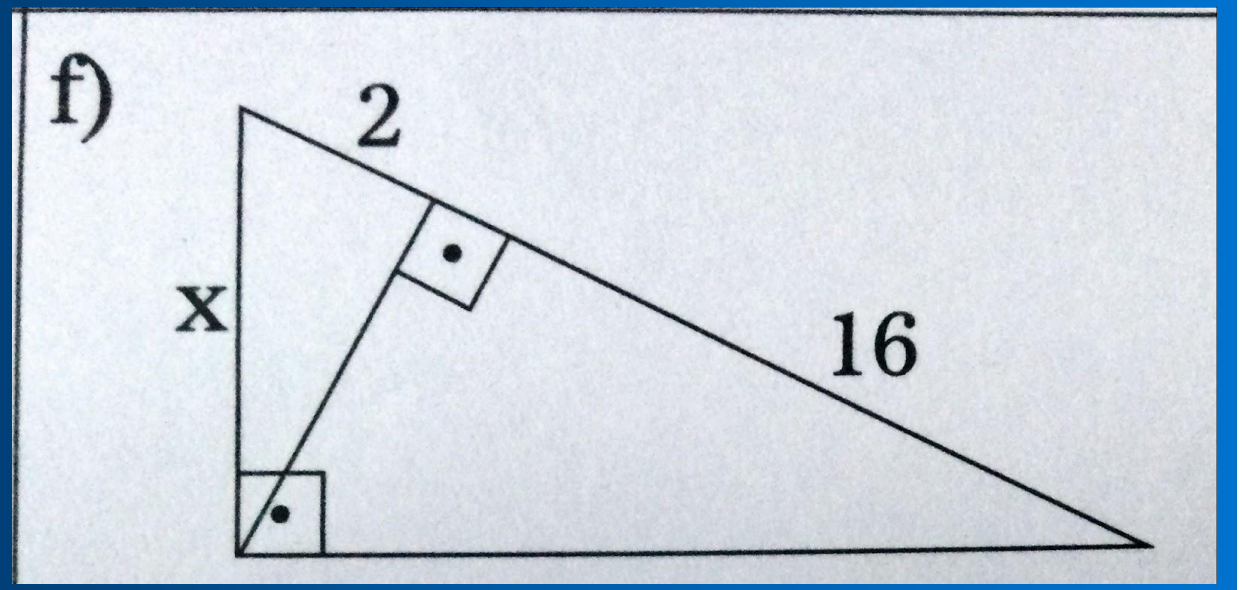
$80= -x^2 +18x$

Chegamos então a uma equação do segundo grau. Não conseguiu ver? Pera deixa eu arrumar:
$-x^2 +18x - 80 = 0$

E agr, conseguiu? Bom, para ajudar nossa vida vamos multiplicar toda a equação por -1, ficando:
$x^2 - 18x +80 = 0$
Agora podemos aplicar o produto da soma pela diferença e os números que somados dão -18 e multiplicados +80 são o -8 e -10 então:
(x-8) (x-10)

Ou x = +8 ou x= +10

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo

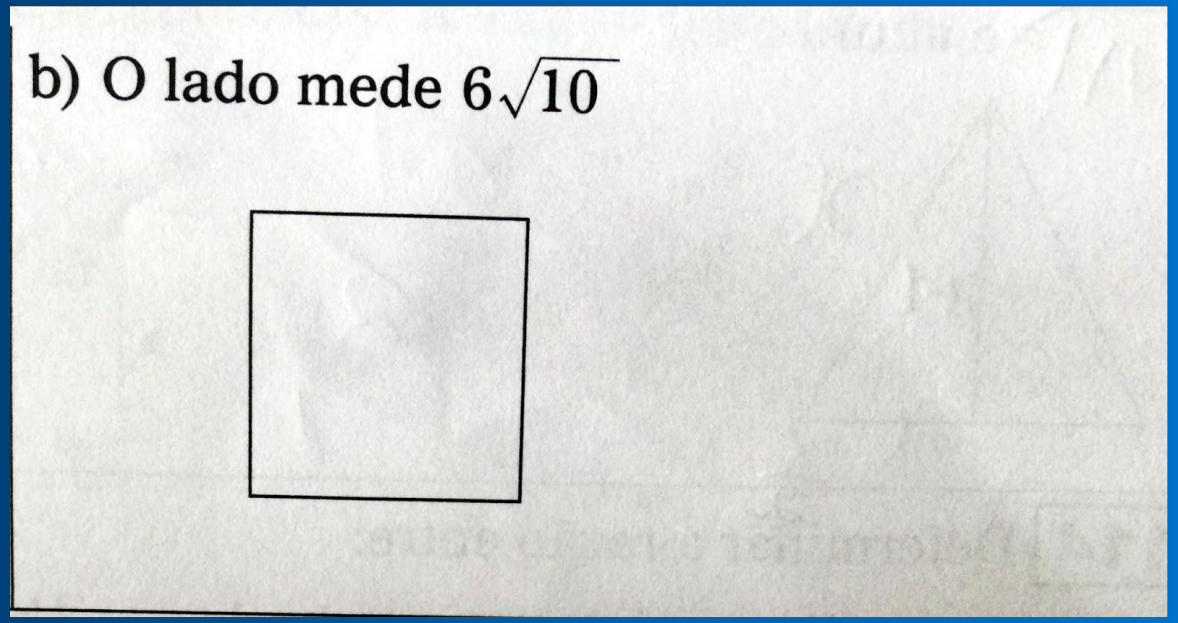


Vamos fazer as relações:
"2" está na hipotenusa e no triângulo menor, então será o "m"
"16" está na hipotenusa e no triângulo maior, então será o "n"
"x" é um dos catetos e está no triângulo menor, então será "b"

A equação que mais se aproxima desses valores é: $B^2 = m.a$
Mas qual o valor de A? A é o valor de toda a hipotenusa do triângulo gigante, ou seja 16+2, ou 18. Então vamos resolver:

$B^2 = m.a$
$X^2 = 2.\ 18$
$X^2 = 36$
$x = 6$

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O enunciado pede para que determinemos o valor da diagonal do quadrado sabendo que seu lado é $6\sqrt{10}$. Como dito anteriormente, lembre que a diagonal é igual ao lado.$\sqrt{2}$. Então, sendo x a diagonal:

$x = 6\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$

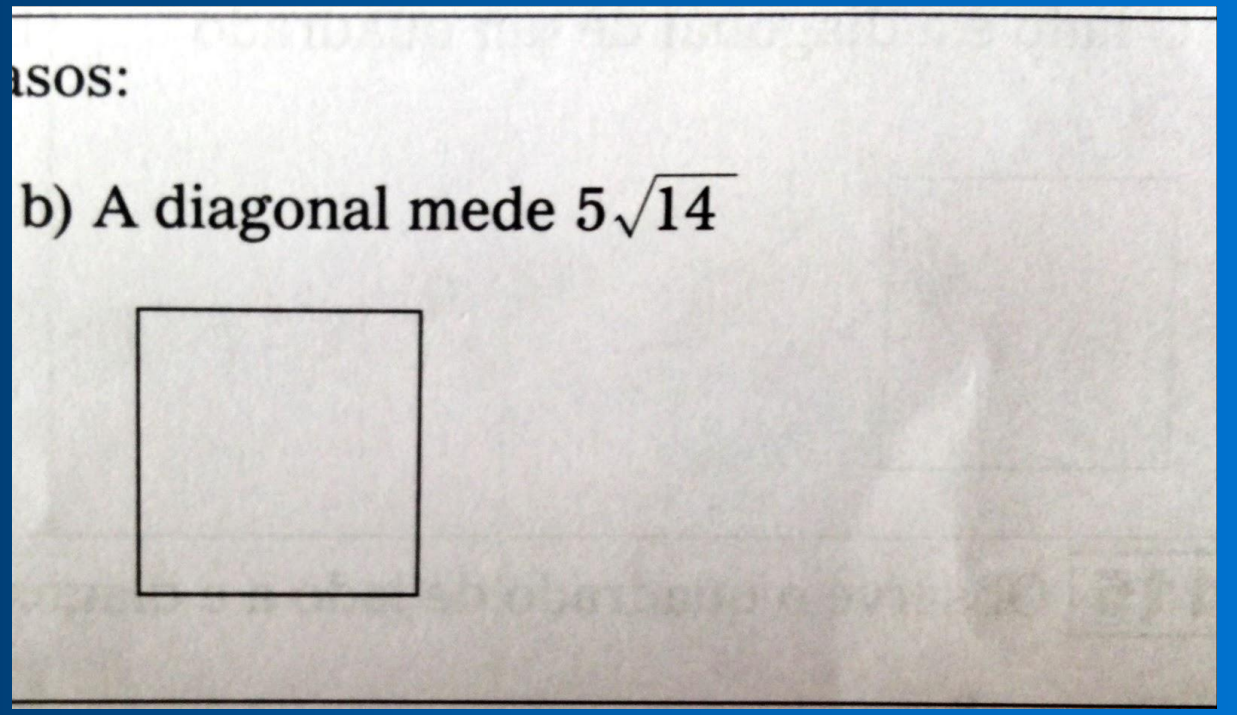
$x = 6\sqrt{20}$

$\sqrt{20} = 2.\sqrt{5}$

$x = 6.2.\sqrt{5}$

$x = 12\sqrt{5}$

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O enunciado pede para que determinemos o lado do quadrado sabendo que sua diagonal mede $5\sqrt{14}$. Bom, nesse tipo de questão sempre lembre que a diagonal é igual ao lado vezes $\sqrt{2}$, portanto, sendo x o lado do quadrado, então:

$x\sqrt{2} = 5\sqrt{14}$. O $\sqrt{2}$ está multiplicando x. então passará dividindo:

$$x = \frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$$

Versão simplificada:

$$x = \frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$$

$$x = 5\sqrt{7}$$

Versão maior:

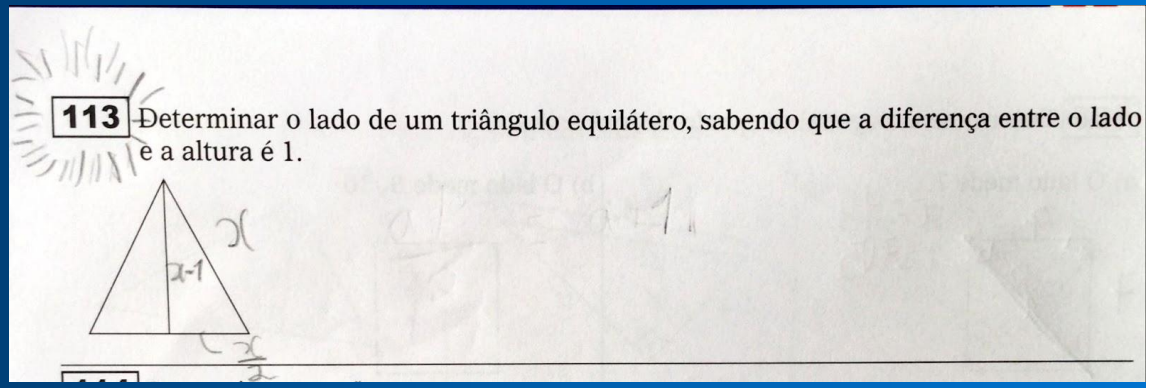
$$x = \frac{5\sqrt{14}\ (\sqrt{2})}{\sqrt{2}\ \ (\sqrt{2})}$$

$$x = \frac{5\sqrt{28}}{2}$$

$$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$x = \frac{5.2\sqrt{7}}{2} \quad \text{-----} \quad \frac{x = 10\sqrt{7}}{2} \quad \text{-------} \quad x = 5\sqrt{7}$$

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Bom, esse é mais complicado. O enunciado diz que a diferença entre o lado de um triângulo equilátero e a altura é 1. Então, vamos chamar o lado de x, por ser equilátero todos os lados serão x. A altura de um triângulo equilátero forma dois triângulos retângulos sendo seus lados x, a própria altura e a metade de um lado, ou seja $\frac{x}{2}$.

Mas qual o valor da altura? Bom vamos pensar:
O lado - a altura = 1
X-H= 1
H= x-1
A altura será igual a x-1.

Agora sabemos esses três valores e podemos resolver essa questão usando o teorema de Pitágoras, mas vamos usar outro que utilizaremos a relação de diagonal com lado: altura é igual ao $\frac{lado.\sqrt{3}}{2}$

altura é igual ao $\frac{lado.\sqrt{3}}{2}$

$H = \frac{X.\sqrt{3}}{2}$

Lembre-se que descobrimos mais acima que H = x-1 então:
$x-1 = \frac{x\sqrt{3}}{2}$
Vamos passar o /2 para o outro lado fazendo a operação inversa:
$2.(x-1) = x\sqrt{3}$
$2x-2 = x\sqrt{3}$

Vamos isolar os termos com x:
$2x-x\sqrt{3} = 2$

Agora, colocaremos o x em evidência:
$x(2-\sqrt{3}) = 2$

Isolaremos o x de novo:
$x= \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

Não podemos deixar o √3 negativo, então vamos multiplicar tudo por -1
$-x = \frac{-2}{\sqrt{3}-2}$
Agora vamos racionalizar o denominador multiplicando-o por √3+2.

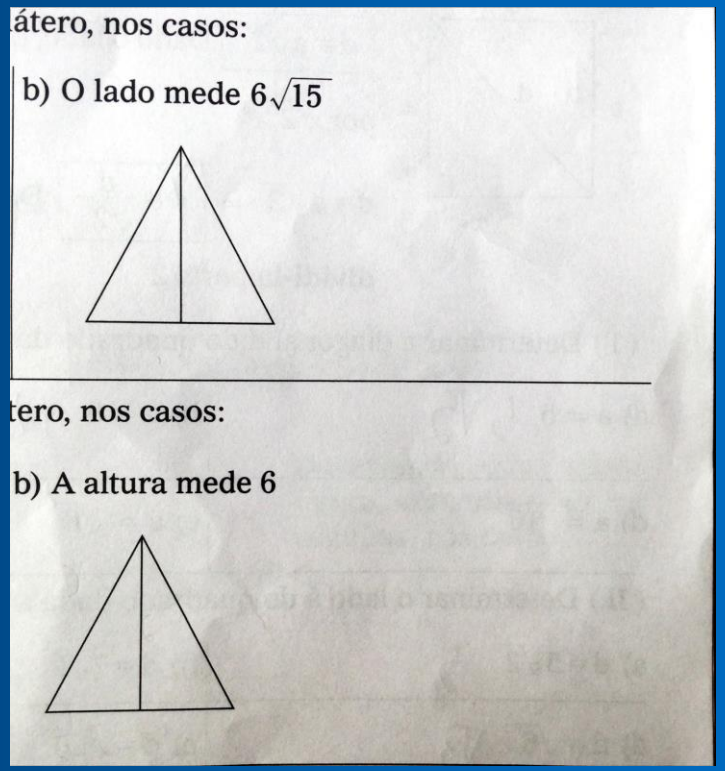
$-x = \frac{-2}{\sqrt{3}-2} \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)}$

$-x = \frac{-2\sqrt{3} - 4}{3 - 4}$
$-x = \frac{-2\sqrt{3} -4}{-1}$

Agora, não podemos deixar o x negativo, então voltaremos a multiplicar por -1 ficando:
$x = 2\sqrt{3} +4$

Mas ainda não, acabou, podemos colocar o 2 em evidência, então a resposta será:
$x = 2 (\sqrt{3}+2)$

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O editor preguiçoso não quis separar as duas perguntas na hora de tirar a foto então deixa eu te orientar, caro leitor:

1. Determine a altura do triângulo sabendo que seu lado mede $6\sqrt{15}$

Ok, vamos lá. Assim como no quadrado, também há uma formulinha para se lembrar nessa questão. A fórmula do triângulo é que a altura é igual ao $\frac{\text{lado}.\sqrt{3}}{2}$

Então, sendo x a altura:

$$x = \frac{6\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$x = 6\sqrt{45}$
$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$x = \frac{6.3\sqrt{5}}{2}$ ------ $x = \frac{18\sqrt{5}}{2}$ ------- $x = 9\sqrt{5}$

2.Determine o lado do triângulo sabendo que sua altura mede 6.

Lembre da fórmula: altura é igual ao $\frac{\text{lado}.\sqrt{3}}{2}$

Sendo o lado = x:

$\frac{x\sqrt{3}}{2} = 6$

Vamos passar esse /2 para o outro lado:
$x\sqrt{3} = 6.2$
$x\sqrt{3} = 12$

Agora vamos passar o $\sqrt{3}$ para o outro lado

$$x = \frac{12}{\sqrt{3}} \frac{(\sqrt{3})}{(\sqrt{3})}$$

$$x = \frac{12.\sqrt{3}}{3}$$

$x = 4\sqrt{3}$

Regra de 3 composta

Regra de 3 composta

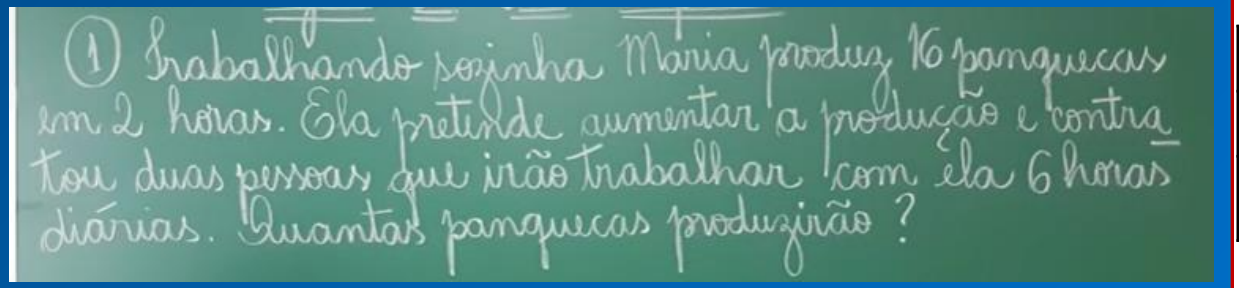
A diferença da Regra de Três composta para a Regra de Três simples é que a composta trabalha com 3 ou mais grandezas, enquanto que a simples somente com duas. Por exemplo:

Uma pergunta sobre regra de três simples perguntaria: Sabendo que 1 pedreiro constrói um muro em 2 dias, quanto tempo demoraria se 2 pedreiros construíssem o mesmo muro?

Uma pergunta sobre regra de três composta perguntaria: Sabendo que 1 pedreiro constrói um muro em 2 dias, quanto tempo demoraria se 2 pedreiros construíssem 3 muros?

Perceba que na segunda pergunta há a adição de uma terceira grandeza: a quantidade de muro. Nesse caso não poderíamos usar a regra de três simples, mas a composta e como fazemos isso? Veja o exemplo no próximo slide.

Problemas envolvendo: Regra de 3 Composta (Diretamente proporcional)



O primeiro passo para resolver uma regra de três composta é coletar e organizar as informações que o enunciado nos dá. As 3 grandezas que trabalharemos serão: A quantidade de pessoas, o número de panquecas e o tempo. Vamos organizá-la:

Quantidade de pessoas	Quantidade de Panquecas	Tempo
1	16	2 horas
3	x	6 horas

Ok, feito isso, temos que checar uma coisa: Se essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Para fazer isso, você tem que comparar a grandeza com a incógnita com as outras duas grandezas, mas mantendo um critério da outra incógnita. ANN??? como? Assim:

1) Comparando a quantidade de Panquecas com a quantidade de pessoas com o critério de 2 horas:

Quantidade de pessoas	Quantidade de Panquecas	Tempo
1	16	2 horas
3	X	

É simples, se em 2 horas 1 pessoa faz 16 panquecas, se eu aumentar o número de pessoas e manter essas 2 horas, o número de panquecas vai aumentar ou vai diminuir? Vai aumentar, então a grandeza “Quantidade de pessoas” é diretamente proporcional à grandeza “Quantidade de Panquecas”. (Passe o slide)

2) Comparando a Quantidade de panquecas com o tempo, mas mantendo o critério de somente uma pessoa

Quantidade de pessoas	Quantidade de Panquecas	Tempo
1	16	2 horas
	x	6 horas

Mesma ideia: Se uma pessoa faz 16 panquecas em 2 horas, o número de panquecas que essa pessoa irá fazer em 6 horas é maior ou menor do que em 2 horas? O número será maior, então a quantidade de panquecas é diretamente proporcional ao tempo.

Beleza, agora que sabemos que são todas diretamente proporcionais, vamos finalmente resolver o problema. Você transformará todas as informações das grandezas em frações, como? Assim:

Quantidade de pessoas
1
3

Essa grandeza fica $\frac{1}{3}$

Quantidade de Panquecas
16
x

Essa fica: $\frac{16}{X}$

Tempo
2 horas
6 horas

Essa fica: $\frac{2}{6}$

E agora?

Após isso, você fará o produto dos valores conhecidos (a Quantidade de Pessoas e o Tempo) e esse produto será proporcional ao valor com a incógnita (Quantidade de Panquecas):

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} = \frac{16}{X}$$

$$\frac{2}{18} = \frac{16}{X}$$

Nesse ponto, você fará como se fosse uma regra de três simples, MULTIPLIQUE EM CRUZ. Portanto:

$2x = 16.18$

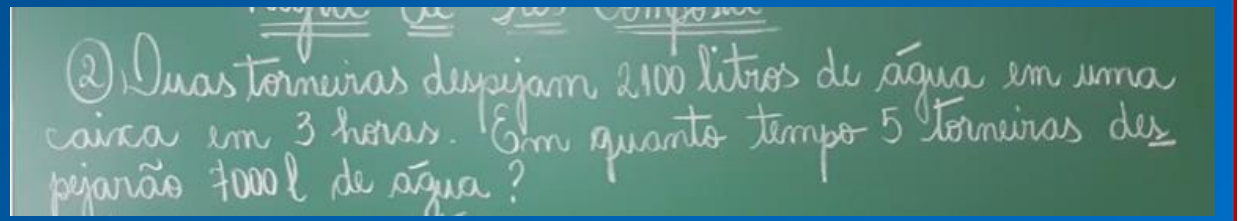
$2x = 288$

$x = 144$

Portanto, o número de panquecas que 3 pessoas farão em 6 horas é 144.

Tá, mas e quando as grandezas forem inversamente proporcionais?

Problemas envolvendo: Regra de 3 Composta (Inversamente proporcional)



Como fizemos no anterior, vamos coletar as informações.
As grandezas serão: A quantidade de torneiras; Quantidade de água; Tempo.

Organizando:

Quantidade de torneiras	Quantidade de água	Tempo
2	2100 litros	3 horas
5	7000 litros	x

Vamos comparar para vermos os tipos de proporções:

1) Comparando o tempo com a quantidade de torneiras despejando 2100 litros:

Quantidade de torneiras	Quantidade de água	Tempo
2	2100 litros	3 horas
5		x

2 torneiras despejam 2100 litros em 3 horas. O tempo que demorará para despejarmos 2100 litros será MAIOR ou MENOR se AUMENTARMOS o número de torneiras? Será menor, afinal, quanto mais torneiras mais rápido. Então a grandeza de quantidade de torneiras é inversamente proporcional ao tempo. (Passe o slide)

2) Comparando a quantidade de água com o tempo com 2 torneiras:

Quantidade de torneiras	Quantidade de água	Tempo
2	2100 litros	3 horas
	7000 litros	x

2 torneiras despejam 2100 litros de água em 3 horas. O tempo irá AUMENTAR ou DIMINUIR se AUMENTARMOS a quantidade de água? Irá aumentar, então essas duas grandezas são proporcionais.

Vamos montar aquelas frações:

Quantidade de torneiras
2
5

Seria $\frac{2}{5}$ mas como é inversamente proporcional ficará: $\frac{5}{2}$

Quantidade de água
2100 litros
7000 litros

É diretamente proporcional então será: $\frac{2100}{7000}$

Tempo
3 horas
x

Essa fica: $\frac{3}{x}$

E agora?

Vamos então a conta:

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{2100}{7000} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{10500}{14000} = \frac{3}{x}$$

Regra de 3 simples agora:

$$10500x = 42000$$

$$x = 4$$

Então o tempo que 5 torneiras demorará para despejar 7000 litros de água será de 4 horas.

Propriedades dos Radicais

Primeiro Caso

Segundo Caso

Terceiro Caso

Quarto Caso

Quinto Caso

As Propriedades do Radical

1° propriedade:
$\sqrt[n]{a^n} = a$

$\sqrt[n]{a^{-n}} = a$

Nesse caso, como o índice e o expoente do radical são os mesmos, eles se anulam, e o resultado será o próprio radicando. Por Exemplo:

$\sqrt[2]{3^2} = 3$

Regras:

n deverá pertencer ao conjunto dos Naturais
a deve pertencer ao conjunto dos Reais e ser maior que 1

Exceções: se n for par e o radicando for negativa, usa-se o | | (Módulo), que basicamente muda o sinal de um número. Isso também ocorre com incógnitas, pois o sinal está indeterminado. Exemplos:

$\sqrt{-4^2} = |-4| = 4$

$\sqrt{x^2} = |x|$

2° Propriedade

$\sqrt[xz]{a^{yz}} = \sqrt[x]{a^{y}}$

Como o índice (nesse caso o xz) e o expoente do radicando (nesse caso o yz) apresentam um número em comum (nesse caso representado pela a letra z), podemos simplificar essa raiz. O mesmo vale para outros exemplos, como os a seguir:

a) $\sqrt[15]{9^3}$

Podemos simplificar esse 3 com o 15, dividindo ambos por 3 ficando $\sqrt[5]{9}$

b) $\sqrt[7]{49}$

Nesse caso, não há expoente no radicando, então precisamos torná-lo para transformá-lo em uma potência por meio da fatoração.

49	7
7	7
1	$7.7 = 7^2$

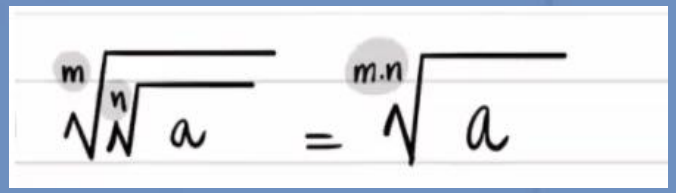
Portanto, ficará $\sqrt[7]{7^2}$

Regras:

a deve pertencer ao conjunto dos Reais

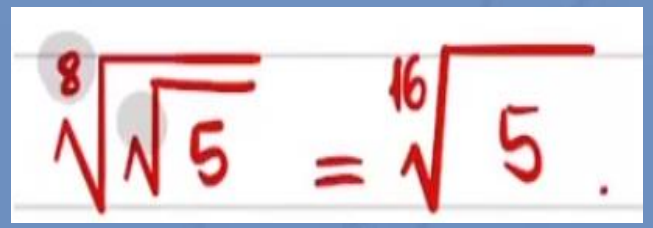
- **x**, **y** e **z** devem pertencer ao conjunto dos Naturais
- **x** > 1e **y** > 1

Exemplo da propriedade

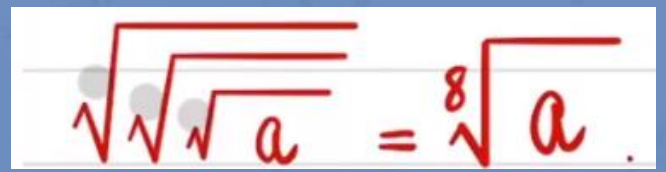


Exemplos:

A)



B)



.

- 3) Nesta propriedade, temos a raiz da raiz. Apesar de parecer complicado, na verdade é bem simples, basta multiplicar os índices da raiz.

Exemplos:

- a)Nesse exemplo, o índice 8 foi multiplicado pelo índice 2, chegando a 16

- b) Neste outro exemplo, existe a raiz da raiz da raiz. Foram multiplicados todos os índices 2, chegando no resultado 8.

Regras:

- **a** deve pertencer ao conjunto dos Reais e ser positivo
- os **índices** devem pertencer ao conjunto dos Naturais
- os **índices** devem ser maiores que 1

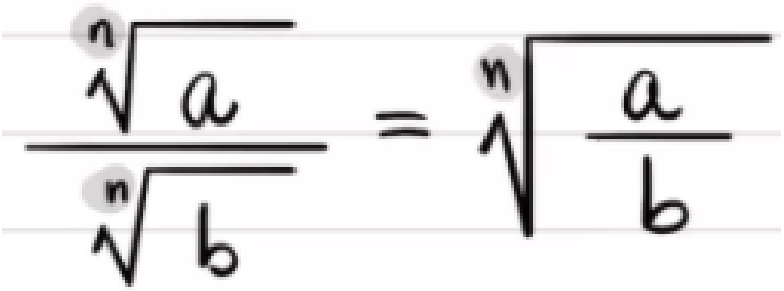
4) A quarta propriedade se baseia na multiplicação de duas raízes, desde que ambas tenham o mesmo índice.

Nesse caso, multiplicamos a o radicando e simplificamos o índice.

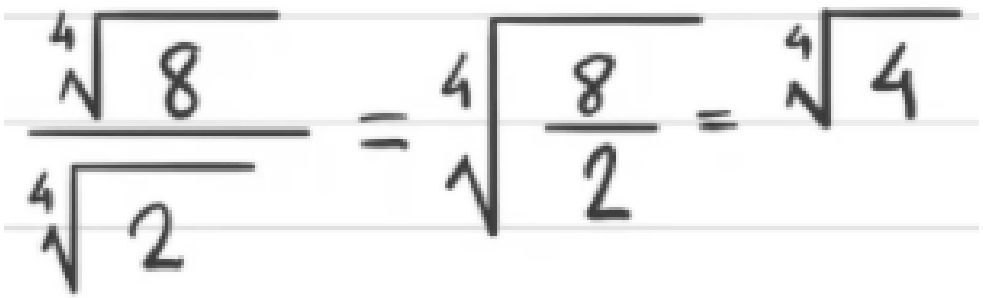
Regras:

•Os radicandos devem pertencer ao conjunto dos reais
•Os índices devem pertencer ao conjunto do Naturais e serem maiores que 1

5) Por fim, a quinta propriedade é sobre divisão de raízes com o mesmo índice. Para isso, basta dividir um radicando pelo outro e manter o índice, ficando assim:



Exemplo:



O índice foi mantido e 8 foi dividido por 2 resultando na raíz quarta de 4.

Regras:

•Os radicandos devem pertencer ao conjunto dos Reais e serem positivos

•O índice deve pertencer ao conjunto do Naturais e serem maiores que 1

Operação com radicais

Adição e subtração

Multiplicação

Divisão

Outros

Adição e subtração com raízes

Adição e subtração de raízes é bem tranquilo, funciona de uma maneira bem similar a álgebra: nós somamos/subtraímos apenas as raízes que possuem o mesmo índice e o mesmo radicando.

Exemplo de adição: 3 √5 + 8 √6 + 6 √8 + 7 √8 + 9 √5 + 2 √6

Somamos: 3 √5 com 9 √5, 8 √6 com 2 √6 e 6 √8 com 7 √8

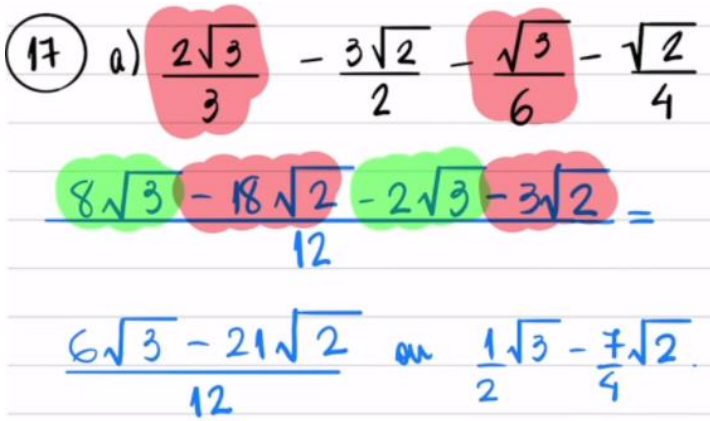
Resultado: 12 √5 + 10 √6 + 13 √8

Exemplo de subtração: 17 √5 - 4 √5 - 6 √8

Subtraímos: 17 √5 com 4 √5

Resultado: 13 √5 - 6 √8

Um outro exemplo:



No exemplo acima, foi preciso encontrar o mmc de 3, 3, 6 e 4, ou seja, o número 12. Depois, como em todas as operações de subtração e adição em frações, dividimos o mmc pelo denominador e o multiplicamos pelo numerador. Assim:

12:3 . 2 = 8
12:2 . (-3) = -18
12:6 . (-1) = -2
12:4 . (-1) = -3

O próximo passo é colocar todos esses resultados numa fração e efetuarmos as contas daquelas raízes que possuem o mesmo radicando. Feito isso, obtemos o primeiro resultado e, se quisermos, podemos ainda simplificá-lo, como no resultado à direita.

Multiplicação de radicais

Na multiplicação de radicais, apenas multiplicamos radicandos quando os índices dos radicais forem o mesmo número. Exemplo:

$2\ \sqrt[4]{8}\ (3\sqrt[4]{6})\ (\sqrt[4]{3})$

Para iniciarmos, vamos começar multiplicando os números fora da raiz pelos números fora da raiz:

$2\ \sqrt[4]{8} \quad (3\ \sqrt[4]{6}) \quad (\sqrt[4]{3}) = 6\sqrt{}$

Agora, vamos os radicandos, depois os multiplicaremos.

2.3.1 = 6
$8 = 2^3$
6 = 2.3
3 = 3

$2^3.2.3.3 = 2^4.3^2$

Assim, temos: $6\ \sqrt[4]{2^4}.3^2$

Como 2^4 apresenta o mesmo número do expoente que o índice, então ele sai do radical

$6.2\ \sqrt[4]{3^2}$

Por fim, multiplicamos 6 e 2 e simplificamos o radical através da segunda propriedade, e obtemos:

$12\ \sqrt{3}$. Esse é o resultado

Em multiplicações onde temos um termo fora dos parênteses e um ou mais dentro, fazemos a distributiva, multiplicando o que está fora do radical com o que está fora do radical e vice-versa, por exemplo:

$-3\sqrt{3}\,(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) = -6\sqrt{9} + 9\sqrt{6}$

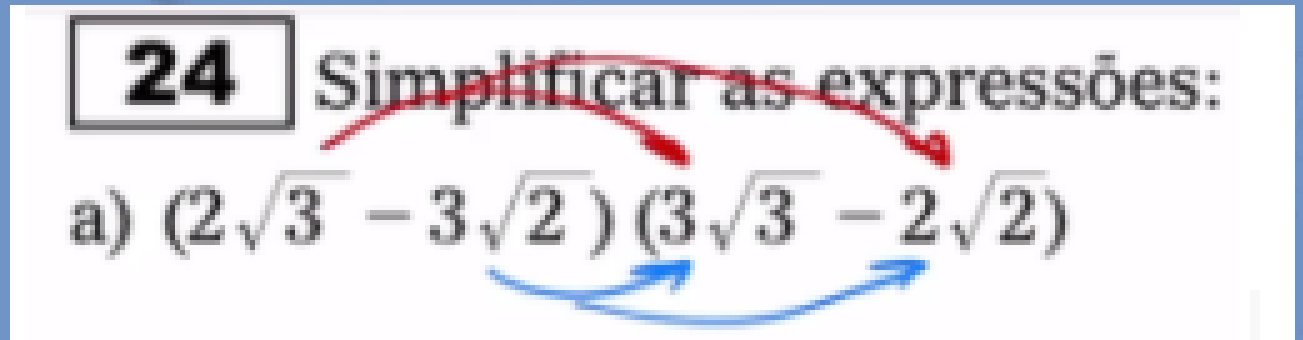
Podemos ainda simplificar:

$9 = 3^2$

$-6.3\sqrt{3} + 9.2\sqrt{3} =$

$-18\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$. Esse é o nosso resultado.

E quando forem parênteses com parênteses? Nós fazemos a distributiva com os dois radicais pelos dois radicais do outro parêntese, como na imagem abaixo:



Divisão de Radicais

Na divisão, só radicais que possuem o mesmo índice podem ser divididos. Exemplo:

$(48\ \sqrt[6]{54}) : (3\sqrt[6]{2}) =$

Iremos dividir o que está fora do radical com o que está fora do radical e o radicando com o outro radicando.

Temos então: $(48\ \sqrt[6]{54}) : (3\sqrt[6]{2}) = 16\ \sqrt[6]{27}$

Podemos simplificar essa raiz, fazendo:

$27 = 3^3$

$16\ \sqrt[6]{3^3}$

Simplificamos de acordo com a segunda propriedade:

$16\ \sqrt[\underline{6}]{3^{\underline{3}}}$

$16\ \sqrt{3}$. Esse é o resultado.

E a divisão entre parênteses? Veja o exemplo:

$(\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{18}) : \sqrt[3]{3}$

Nós dividiremos os radicais que estão entre parênteses pelo que está fora, assim tendo:

$\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{6}$
Agora, simplificamos:

$8 = 2^3$

Temos então:

$\sqrt[3]{2^3} - \sqrt[3]{6}$

Passamos o 2 para o outro lado, e como não existe raiz com índice 0, ela se anula

$2 - \sqrt[3]{6}$. Esse é o resultado.

Operações com Radicais: Expoentes

Exemplo: $(\sqrt[9]{a})^6$

Para resolvermos isso, basta fazermos a distributiva, ficando: $(\sqrt[9]{a^6})$. Agora, podemos eliminar os parênteses e simplificar essa raiz:

$\sqrt[9]{a^6}$

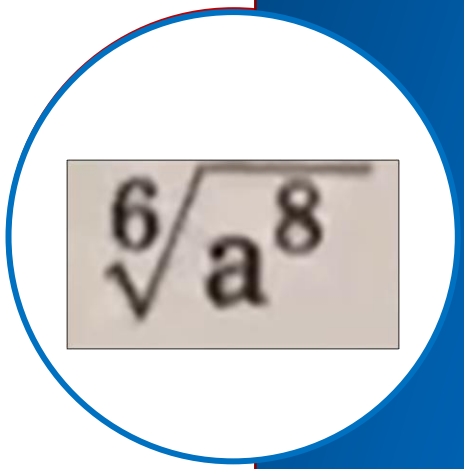
=

$\sqrt[3]{a^2}$. Esse é o resultado

Do jeito que está, não podemos aplicar a Terceira Propriedade ainda. Mas por que não? Tenho duas raízes, é só multiplicar os índices e vlw. Mas não é bem assim….
Perceba que entre essas duas raízes há um número, o 2^4 e esse número impossibilita essa propriedade. Após toda essa explicação, vamos ao que interessa, como efetuar essa simplificação. É muito simples, basta pegar o número que está entre as raízes, no caso o 2^4 e colocar ele dentro da raiz a sua direita, copiando sua base e multiplicando seu expoente pelo índice da raiz. Tá...Vamos explicar melhor.

Agora vamos lá, passaremos o 2^4 para dentro da raiz. Primeiro vamos copiar sua base ficando $^{9}\sqrt{\sqrt{2}}.2$. Depois disso, multiplique o expoente (4) pelo índice (2, já que é quadrado), portanto ficará 8, resultando em: $^{9}\sqrt{\sqrt{2}}.2^8$. Podemos finalmente aplicar a terceira propriedade, ficando $^{18}\sqrt{2}.2^8$. Ainda podemos simplificar mais, já que podemos juntar as potências de mesma base, no caso o 2. Como é multiplicação, basta somar os expoentes, resultando em 9, ficando então: $^{18}\sqrt{2^9}$. Porém, ainda dá pra simplificar mais. Podemos simplificar tanto o índice quanto o expoente por 9, ficando, por fim, $\sqrt{2}$.

Antes de tudo, vamos primeiro simplificar o índice com o expoente de A, ou seja, vamos simplificar o 6 com o 8. Podemos dividir ambos por 2, resultando em $\sqrt[3]{a^4}$. Mas e agora? Não fique aflito, ainda dá pra simplificar mais ao **desmembrar** o a^4. Para desmembrar, você tem que achar um número que somado ao índice da raiz é igual ao expoente de A.



Vamos lá, o índice dessa raiz é 3 e o expoente de A é 4. Portanto, que número que mais 3 é igual a 4? O 1! Ok, então até agora a raiz está assim: $\sqrt[3]{a^{3.1}}$. ou $\sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^1}$ .Sabendo disso, podemos simplificar o 3 do expoente do A com o índice e, quando isso acontece, o termo sai da raiz. Portanto ficará a $.\sqrt[3]{a}$.

O desmembramento só funciona quando o expoente é maior que o índice e em algumas contas você vai desmembrar mais de uma vez.

Racionalização

Primeiro Caso

Segundo Caso

Terceiro Caso

Racionalização de denominadores

Usamos a racionalização para eliminar uma raiz no denominador de uma fração. São três casos de racionalização, vamos rever, então, todos eles:

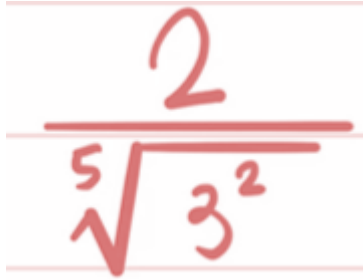
Primeiro caso de Racionalização de denominadores

Bom, geralmente nesse caso, a raiz no denominador é quadrada e não há expoente no radicando. Para racionalizar, você multiplica tanto o numerador quanto o denominador pela própria raiz do denominador, fazendo então com que ela se anule e o número saia pra fora da raiz. Tá, um exemplo:

Bom, qual a raiz no denominador? √2! Ok, então devemos multiplicar tanto o numerador (3) quanto o denominador (√2) por √2. Portanto ficará 3/√2 . √2 / √2. Ao multiplicarmos √2 (denominador) por ele mesmo, as raízes se anularam e com isso o 2 sairá da raiz. Ao multiplicarmos 3 (numerador) por √2 ficará 3√2. Portanto a racionalização desse exemplo é 3√2 / 2.

Segundo Caso de Racionalização

Esse caso não é comum como os outros, mas pode aparecer, então você deve estar preparado, soldado. Bom, ele se caracteriza por não ser uma raiz quadrada e pelo índice ser maior que o expoente do radicalizando. Para racionalizar, você deve multiplicar o numerador e a raiz do denominador por uma outra raiz de mesmo radicalizando e índice só que quando somarmos os expoentes do radicalizando da raiz do denominador será igual ao índice da raiz do denominador…. Tá ficou BEM confuso, mas vamos resolver um exemplo:



Para começar devemos identificar alguns pontos importantes:

1.Qual o índice da raiz?

2.Qual o expoente do radicalizando?

3.Qual o valor do índice menos o expoente?

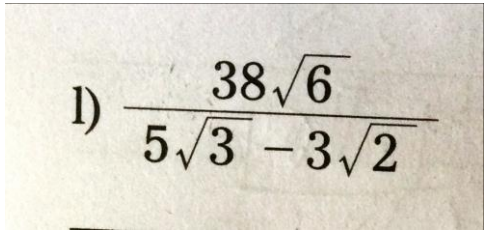
Beleza, vamos lá. O índice da raiz é 5. O expoente do radicalizando é 2. Portanto, 5-2 = 3.

Ok, as informações que você deve aguardar são os números 3 e 5, já que ele será o expoente do radicalizando e o índice da nossa nova raiz respectivamente. Vou demonstrar:

A nova raiz terá o mesmo radicalizando, portanto $\sqrt{3}$. Só que esse 3 terá o expoente fruto daquela subtração que fizemos, ou seja, o 3, portanto $\sqrt{3^3}$. Só que o índice dessa raiz será a mesma que a "original", ou seja, 5, ficando $\sqrt[5]{3^3}$. Portanto, você multiplicará o numerador e o denominador da fração original por essa raiz que acabamos de montar, portanto ficará: $2/\sqrt[5]{3^2}$ por $\sqrt[5]{3^3}/\sqrt[5]{3^3}$. Quando multiplicarmos as raízes chegaremos a $\sqrt[5]{3^5}$ e dessa forma podemos simplificar o 5 do expoente com o 5 do índice, fazendo com que o 3 saia da raiz. Ao multiplicarmos o 2 pelo $\sqrt[5]{3^3}$, chegaremos a $2\sqrt[5]{3^3}$. Então, a resposta desse exercício é $2\sqrt[5]{3}/3$

Terceiro caso de Racionalização

Esse caso é mais comum que o segundo caso e se caracteriza por ter uma soma ou subtração que envolva raiz no denominador. Quando aparecer uma soma, você vai multiplicar toda a fração pela subtração dessa mesma raiz. Quanto for uma subtração, você vai multiplicar toda a fração pela soma desse mesmo denominador, com isso você chegará ao produto da soma pela diferença, anulando as raízes. Mas deixa eu te mostrar isso com mais calma:



Bom, temos uma subtração entre raízes no denominador. Portanto, multiplicaremos toda a fração por uma pela adição desse denominador, ou seja, você vai copiar esse denominador apenas mudando o sinal de menos para o sinal de mais. Portanto, ficará 38√6 / 5√3 - 3√2 vezes 5√3 + 3√2 / 5√3 + 3√2. Agora vamos por partes:

Denominador: No denominador multiplicaremos 5√3 - 3√2 . 5√3 + 3√2. Aqui temos o caso de produto da soma pela diferença, portanto, basta elevar o primeiro e o segundo fator ao quadrado e separá-los usando o sinal de menos. Vamos lá: 5√3 elevando ao quadrado é igual a 25√9 ou 25√3^2, com isso, podemos anular a raiz e o 3 sai da raiz, ficando 25 . 3 = 75. Agora vamos elevar o 3√2 que resultará em 9√4 ou 9√2^2, com isso a raiz será anulada e o 2 sairá da raiz, ficando 9 . 2 = 18. Agora basta separá-los com o sinal de menos, ficando 75 - 18, resultando em 57.

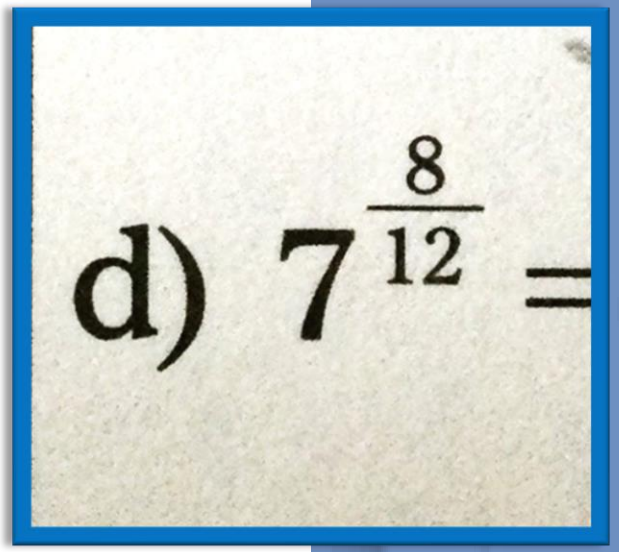
Numerador: Vamos multiplicar o 38√6 por 5√3 + 3√2. Nessas situações eu gosto de fazer tudo manualmente para que não haja erro. Então vamos começar multiplicando o 38√6 por 5√3. 38 vezes 5 é 190; raiz de √6 . √3 é igual √18, ou √3^2.2, com isso o 3 sai da raiz e o 2 fica, ficando 190. 3 √2 resultando em 570√2. Agora vamos multiplicar o 38√6 por +3√2. 38 vezes + 3 é igual a +114; √6 . √2 é igual a √12 ou √2^2.3, com isso o 2 sai da raiz e o 3 fica, resultando em +114 . +2√3 ficando +228√3. Então no numerador fica 570√2 - 228√3

Portanto a fração fica: 570√2 - 228√3 / 57, podemos simplificar toda a raiz por 57, ficando 10√2 - 4√3 / 1 ou apenas 10√2 - 4√3. Podemos ainda colocar o 2 em evidência e dividirmos o 10√2 e 4√3 por 2, ficando 2(5√2 + 4√3).

Potência com Expoente Fracionário

Potência com Expoente fracionário

O objetivo desse tipo de questão é transformar uma potência com expoente fracionário em uma raiz e uma raiz em uma potência com expoente fracionário, mas como?



Nesse caso, o enunciado diz para transformar essa potência em uma raiz. Mas qual a regra para se fazer isso? A regra é a base da potência será o número dentro da raiz, o denominador da fração será o índice da raiz e o numerador será o expoente do número dentro da raiz. Vamos aplicar essa regra nesse caso:

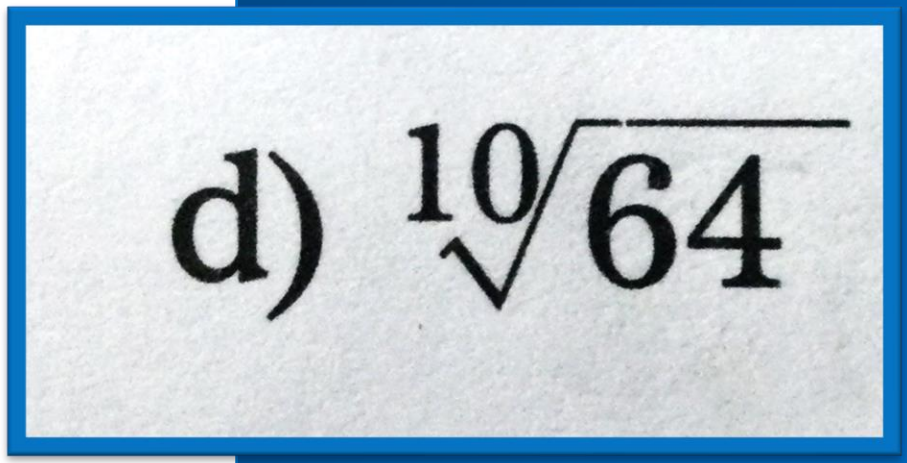
A base dessa potência é o 7, então o 7 será o número dentro da raiz ficando $\sqrt{7}$.

O denominador da fração é 12, portanto o 12 será o índice da raiz, ficando $\sqrt[12]{7}$.

O numerador da fração é o 8, então o 8 será o expoente do número dentro da raiz, ficando $\sqrt[12]{7^8}$.

Então a resposta do exercício é $\sqrt[12]{7^8}$? Ainda não, pois podemos simplificar esse 8 com esse 12, dividindo ambos por 4, ficando então $\sqrt[3]{7^2}$ ou, $\sqrt[3]{49}$.

Vamos aplicar a mesma regra: a base da potência será o número dentro da raiz, o denominador da fração será o índice da raiz e o numerador será o expoente do número dentro da raiz. Mas primeiro, podemos simplificar ainda mais esse 64 fatorando ele. Se você fatorar o 64, você verá que 64 é 2^6. Podemos simplificar esse 6 com o 10 do índice dividindo eles por 2, ficando $\sqrt[5]{2^3}$. Agora sim, vamos aplicar a regra.



O número dentro da raiz é o 2, portanto a base dessa potência é 2, ficando 2.

O índice dessa raiz é o 5, então esse será o denominador do nosso expoente, ficando $2^{/5}$.

O expoente do número dentro da raiz é 3, portanto esse será o nosso numerador, ficando $2^{3/5}$.

Portanto, a resposta desse exercício é $2^{3/5}$.

Equações

Sumário

Equações: Resolução por Fatoração

O princípio desta resolução é fazer com que a equação dê 0 usando o X, ou seja, você vai ter que achar um valor que, dentro daquela equação, fará com o que resultado dê 0. Vamos para os exemplos:

$$a)\ x^7 = 0$$

Qual número que elevado a sétima potência resulta em 0? O próprio 0! Portanto, X = 0 e S={0}.

$$c)\ (2\sqrt{5} - 1)x^2 = 0$$

A grande sacada deste exercício, talvez, não seja fazer a potência, mas sim um número que multiplicado por essa equação resulta em 0. Portanto, a resposta será 0, pois qualquer número multiplicado por 0 é 0, então X = 0 e S={0}

$$f)\ (\pi - \sqrt{3})(3x - 2\sqrt{18})^5 = 0$$

Nesse caso, X não pode ser 0, pois, mesmo sendo 0, a equação não resultaria em 0. Então, você tem que perceber que nesse caso temos uma multiplicação entre os números que estão entre parênteses, portanto devemos fazer que um desses números entre parênteses seja 0, pois qualquer número vezes 0 é 0. E é aí que o x entra nessa história, devemos achar um número que anule o $-2\sqrt{18}$.

Primeiramente, vamos fatorar esse 18. 18 é 9 x 2, ou 3^2 vezes 2. Como a potência é quadrada e a raiz é quadrada, o 3 sairá da raiz e o 2 da fatoração do 18 permanecerá, ficando $-3.2\sqrt{2}$, ou seja, $-6\sqrt{2}$. Então, para anular esse termo temos que achar um número positivo, já que esse termo é negativo. Agora, para saber o número, devemos pensar: Que número que menos $-6\sqrt{2}$ é igual a 0? $+6\sqrt{2}$! Portanto, $3X = +6\sqrt{2}$, para descobrimos o valor de X, devemos passar o 3 dividindo para o outro lado, ficando $X = +6\sqrt{2} / 3$, podemos simplificar o 6 com o 3, ficando $+2\sqrt{2} / 1$ ou simplesmente $2\sqrt{2}$. Portanto, $X = 2\sqrt{2}$ e $S=\{2\sqrt{2}\}$.

Equações: Resolução por Fatoração

a) $(x - 3)(x + 3)(x - 5) = 0$

- Nesse caso, o X pode ser mais de um número e devemos dizer todas as possibilidades que ele pode ser para que o resultado seja 0. Então o pensamento é fazer com que qualquer número desses parênteses seja 0, pOiS 0 vEzEs 0 rEsUltA eM 0.

- Então vamos começar com o primeiro parênteses. Que número que -3 é igual a 0? O +3, portanto X pode ser 3. Vamos agora para o próximo parênteses: Que número que +3 é igual a 0? O -3, portanto, X também pode ser -3.

- Agora, o último parêntese: Que número que -5 = 0? +5, portanto, X pode ser 5 também.

- Portanto, ou x = 3 ou x = -3 ou x = 5, com isso, S={+3 ; -3 ; +5}

$$e)\ 3x^2(3\sqrt{12}-2x)^3(\sqrt{18}-3x)^4(5x-\sqrt{125})^2(343-49x)^5=0$$

Esse caso engloba todos os anteriores. Podemos perceber que, nesse caso, X pode ser 5 números diferentes, então vamos a cada uma dessas possibilidades.

Primeira possibilidade: $3x^2 = 0$. Qual número que elevado a ele mesmo é igual a 0? O próprio zero, então x pode ser 0.

Segunda possibilidade: $3\sqrt{12} - 2x = 0$. Tá, vamos lá. Primeiramente, vamos fatorar esse 12 da raiz. O 12 pode ser 4.3, ou 2^2 .3, com isso, o 2 sai da raiz e o 3 fica, resultando em $3.2\sqrt{3}$, ou seja, $6\sqrt{3}$. Portanto, que número que $-6\sqrt{3} = 0$? $+6\sqrt{3}$, ou seja, $2x = 6\sqrt{3}$. Para acharmos o valor de x, basta passarmos o 2 para o outro lado dividindo, ficando $X = 6\sqrt{3} / 2$. Podemos simplificar o 6 e o 2, ficando 3 e 1, resultando em $3\sqrt{3} / 1$, ou simplesmente, $3\sqrt{3}$. Então X também pode ser $3\sqrt{3}$.

Terceira possibilidade: $\sqrt{18} - 3x = 0$. Primeiro, vamos fatorar o 18. O 18 pode ser 9.2, ou $3^2.2$, com isso, o 3 sai da raiz e o 2 permanece, ficando $3\sqrt{2}$. Que número que $-3\sqrt{2}$ é igual a 0? O $3\sqrt{2}$, ou seja, $3x = 3\sqrt{2}$. Passando o 3 dividindo para o outro lado da equação fica $3\sqrt{2} / 3$, podemos simplificar os dois "3"s ficando, apenas, $\sqrt{2}$, ou seja, x pode ser $\sqrt{2}$.

Quarta possibilidade: $5x - \sqrt{125} = 0$. Como sempre, vamos fatorar esse 125 primeiro (Tente achar valores quadrados para que o número possa sair da raiz). 125 é igual a 5^3, mas como queremos ele com um valor quadrado, colocaremos 5^2 . 5, com isso o 5 sai da raiz e outro fica, resultando em $5\sqrt{5}$. Que número que $-5\sqrt{5}$ é igual a 0? O $5\sqrt{5}$, portanto, $5x = 5\sqrt{5}$. Agora vamos passar o 5 para o outro lado, ficando $x= 5\sqrt{5} / 5$. Podemos simplificar os 5s fora da raíz ficando, apenas, $\sqrt{5}$, ou seja, x também pode ser $\sqrt{5}$.

Quinta possibilidade: $343 - 49x = 0$. Para resolver esse, devemos saber que número vezes 49 é igual a 343. Na hora você vai ter que fazer a conta, mas como estamos no mágico mundo fora da prova onde temos calculadora, sabemos que esse número é o 7. Portanto, x=7

Finalmente: ou $x = 0$ ou $x= 3\sqrt{3}$ ou $x \sqrt{2}$ ou $x =\sqrt{5}$ ou $x = 7$, portanto $S=\{0 ; 3\sqrt{3} ; \sqrt{2} ; \sqrt{5} ; 7\}$

a) $x^2 + 8x + 15 = 0$

Quando você encontrar esse tipo de questão, saiba que você vai ter que fatorar ele da seguinte maneira:

(X +/- ….) (X +/- ….)

Antes de continuarmos, quando eu dizer o termo que acompanha o x, estarei me referindo ao 8 e quando eu dizer o termo independente, estarei me referindo ao 15.

Para achar os números e se são positivos ou negativos, você tem que pensar da seguinte forma: Quais números que somados resultam no termo que acompanha o x, mas multiplicados o termo independente?

Pensando nisso, vamos tentar resolver: Que números que somados resulta em 8 e ao multiplicarmos resulta em 15? Acho que a grande sacada seja ver quais números são divisores do 15. O 15 pode ser dividido pelo 1 (1x15), pelo 3 (3x5), pelo 5 (5x3) e pelo 15 (15x1). Portanto temos dois pares 1 e 15; 3 e 5. 1+15 = 16, então não pode ser, pois tem que resultar em 8. Agora, 5+3 = 8 e ao multiplicarmos resultará em 15, então os dois números são 5 e 3, portanto nos parênteses ficará:

(X+3) (X+5)

Agora que fatoramos, vamos lembrar que o objetivo agora é fazer com que o número de um desses parênteses seja 0. Portanto, que número que +3 = 0? O -3, portanto x = -3. Que número que +5 = 0? O -5, portanto x = -5 também.

j) $x^2 - 7\sqrt{2}\,x + 20 = 0$

Por mais que tenha raiz, não se assuste, é o mesmo princípio. Bom vamos lá:

(X +/- ….) (X +/- …)

Para começar, podemos colocar a raiz direto nos parênteses:

(X +/- √2) (X +/- √2)

Um grande atalho que você pode pegar é dividir o número independente pelo número dentro da raiz, ou seja, o 20/2 resultando em 10. Agora basta fatorar esse 10, ficando 2 e 5 (dependendo dos valores, você vai ter que achar outros divisores, como o 1 e o próprio 10) Então esses serão os números dentro dos parênteses, agora você vai ter que saber o sinal apenas. Para dar -7 você vai ter que fazer -5 -2 que resultará em -7 e ao multiplicá-los dará +10 e multiplicando por 2 da raiz, dará 20. Portanto será:
(X - 2√2) (X - 5√2)

Com isso, ou x = +2√2 ou x = 5√2, portanto S={2√2 ; 5√2}

Equação do 2° grau

A equação do 2° grau é toda fórmula ax^2+bx+c, onde nenhum desses valores pode ser igual a zero. Pode ser preciso usar a fórmula de Báskara, então vamos relembrá-la:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Vale estudarmos também a fórmula para se descobrir o Delta:

$$\Delta = b^2 - 4 . a . c$$

Vamos então resolver uns exercícios:

$3x^2+5x+2$

Antes de tudo, precisamos enxergar quais são os valores que estão na equação e quais letras representam:

a = 3
b = 5
c = 2
Agora vamos achar o delta:

$\Delta = 5^2 - 4.3.2$
$\Delta = 25 - 24$
$\Delta = 1$

Agora vamos fazer a fórmula de Báskara:

$$x = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2.3} = \frac{-5 + 1}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$
$$x = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2.3} = \frac{-5-1}{6} = \frac{-6}{6} = \frac{-1}{1}$$

Conjunto solução:

$S = \{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{1}\}$

Ok, e quando Delta for igual ou menor que 0? Observe os exemplos:

$9x^2-12+4 = 0$

$\Delta = (-12^2) - 4.9.4$
$\Delta = 144 - 144$
$\Delta = 0$

$x = \frac{-(-12) \pm 0}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Tá, mas por que o resultado foi esse? Como o delta foi 0, 12 - 0 ou 12 + 0 resultam no mesmo valor, que é 12.
Conjunto Solução: $\{\frac{2}{3}\}$

Beleza, mais e se o delta for menor que 0? Já adiantando: O resultado será Ø. Vamos ver esse exemplo:

$5x^2+3+4 = 0$
$\Delta = 3^2 - 4.5.4$
$\Delta = 9 - 80$
$\Delta = -71$
S {Ø}
Não raiz quadrada de número negativo, por isso que o conjunto solução é vazio

Bhaskara

Sumário

Problemas envolvendo Bhaskara: 1

O número de raízes inteiras da equação $x^4 - 7x^2 + 6 = 0$, no conjunto R é:

Escolha uma:

- 2
- 4
- 1
- 3
- 0

Não podemos aplicar bhaskara nem o produto da soma pela diferença, pois temos um x^4, e geralmente queremos Xs com expoente 2 no máximo. Então para fazer com que haja essas "condições", você pode falar que:

- $x^2 = y$, com isso, $x^4 = x^2 . x^2 = y.y = y^2$, portanto $x^4 = y^2$.
- $-7x^2 = -7y$
- E o 6...Bom, é 6.
- Então ficaria: $y^2 - 7y + 6 = 0$.

Aplicando o produto notável do produto da soma pela diferença fica: (y-6) (y-1), com isso, y= +6 ou y= +1. Como $y = x^2$, então $x^2=6$, portanto, x = +/-√6 ou $x^2 = 1$, x= +/- √1, ou x = +/-1, com isso temos apenas duas raízes inteiras: +1 ou -1, visto que √6 não é inteiro. Portando resposta certa é 2 raízes inteiras.

Problemas envolvendo Bhaskara: 2

Se x é um número real tal que $x+\sqrt{x-1}=1$, então o valor da potência x^x é:

Escolha uma:

- -1 ou -2
- 1
- $\frac{1}{2}$ ou 1
- 1 ou 2
- 0

Todas as vezes que você encontrar um radical, sempre isole ele. Portanto ficará $\sqrt{x}-1 = 1-x$. Feito isso, você vai elevar os dois membros ao quadrado para anular a raiz, ficando:

$(\sqrt{x}-1)^2 = x-1$

$(1-x)^2 = (1-x)\ (1-x)\ 1.1 = 1$; $1.\ -x = -x$; $-x.1 = -x$; $-x.-x = x^2$, portanto ficará x^2-2x+1

$x-1 = x^2-2x+1$, juntando todos os elementos fica:

$x^2-3x+2 = 0$

Agora podemos aplicar bhaskara ou produto da soma pela diferença, ficando (x-2) (x-1), então ou x = +1, ou x=+2.
Mas lembre-se, nem sempre esses dois valores darão certo, para isso, sempre verifique eles na equação. Basta trocar o valor de x por eles, por exemplo:

Caso X seja 2:

$2+\sqrt{2}-1 = 1$
$2+\sqrt{1} = 1$ (raiz quadrada de 1 = 1)
$2+1 = 1$
$3 = 1$
FALSO

Caso X seja 1:

$1+\sqrt{1}-1 = 1$
$1+\sqrt{0} = 1$ (raiz quadrada de 0 = 0)
$1+0 = 1$
$1=1$
VERDADEIRO

Portanto, x só pode ser 1, então a resposta desse exercício é 1.

Problemas envolvendo Bhaskara: 3

Sabe-se que a raiz quadrada de um número real positivo x, aumentada de 6 unidades, é igual ao próprio número x. O valor de x^2 é:

Escolha uma:

- 100
- 36
- 169
- 121
- 81

$(\sqrt{X}) + 6 = X$
Vamos isolar o número com raiz, ficando:

$\sqrt{x} = x-6$

Agora vamos elevar os dois membros ao quadrado ficando:

$(\sqrt{x})^2 = x$

$(x-6)^2 = (x-6)\ (x-6) = x.x = x^2$; $x.-6 = -6x$; $-6.x = -6x$; $-6.\ -6 = 36$. Portanto, ficará: $x^2 -12x +36$

$x = x^2 - 12x +36$, juntando os elementos fica
$x^2 -13x +36$

Agora podemos aplicar o produto notável da soma pela diferença, ficando (x-9) (x-4), portanto ou x = 9 ou x = 4.

Lembre de sempre verificar:

Caso x seja 9:

$\sqrt{9} +6 = 9$ (raiz quadrada de 9 é igual a 3)
3+6 = 9
9=9

VERDADEIRO

Caso x seja 4:

$\sqrt{4} +6 = 4$ (raiz quadrada de 4 é 2)
2+6 = 4
8=4
FALSO

Portanto x=9, e o enunciado pede o valor de x^2, ou seja, $9^2 = 9.9$ ´= 81, portanto a resposta será 81.

Problemas envolvendo Bhaskara: 4

Resolvendo o sistema de equações $\begin{cases} x = 2y \\ x + y^2 = 35 \end{cases}$, onde x e y são números reais, os valores de x que satisfazem o sistema são:

Escolha uma:

- -7 e 5
- 5 e 10
- -14 e -7
- -7 e 10
- -14 e 10

Se X = 2y, então $x+y^2$ é igual a $2y+y^2$. Com isso, $2y+y^2 = 35$, ou $y^2+2y-35=0$. Com isso podemos aplicar o produto da soma pela diferença, ficando (y+7) (y-5), com isso ou y=-7, ou y = 5.

O enunciado pede o valor de x, então devemos trabalhar com duas possibilidades, se y for igual a -7 ou se y for igual a 5:

Caso y seja igual a -7, x será igual a -14 (x = 2.y, ou x= 2.-7)

Caso y seja igual a 5, x será 10.

Então, ou x = -14 ou x = 10.

Mas lembre-se de verificar:

Caso x seja -14 e y -7

$x + y^2 = 35$
$-14 + (-7)^2 = 35$ (-7^2 é igual a 49)
$-14 + 49 = 35$
$35 = 35$
VERDADEIRO

Caso x seja 10 e y 5

$x + y^2 = 35$
$10 + 5^2 = 35$
$10+25 = 35$
$35 = 35$
VERDADEIRO

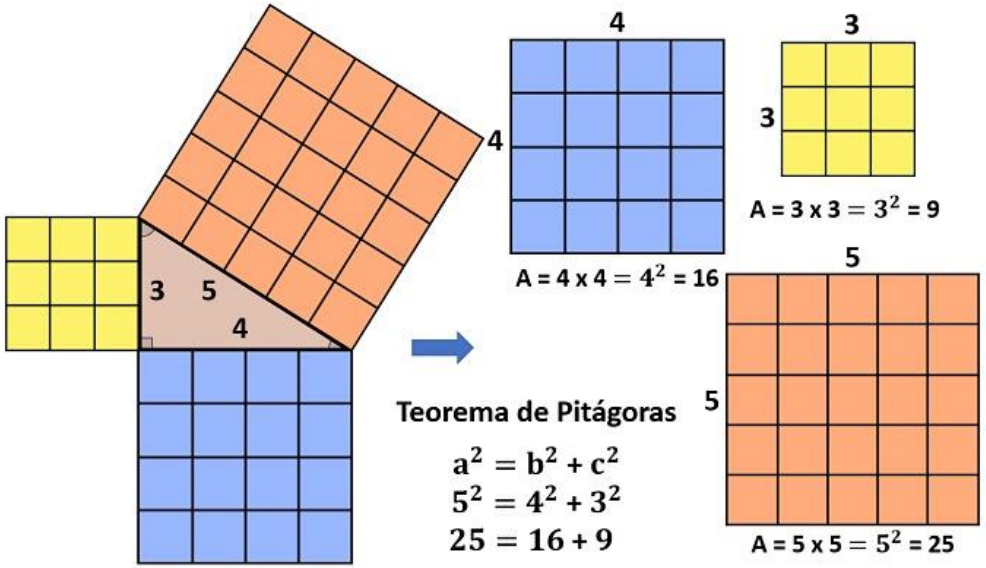
Então a resposta é -14 e +10

Teorema de Pitágoras

Sumário

Teorema de Pitágoras

- O Teorema de Pitágoras é um dos mais importantes da matemática. Proposto por Pitágoras há muitos anos atrás, consiste na seguinte afirmação: Dado um triângulo Retângulo (possui um ângulo de 90°), a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.
- Sua fórmula é: $a^2 = b^2+c^2$
- Podemos ver isso nessa imagem:

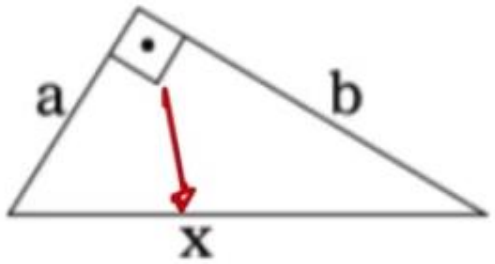


Nesse exemplo, a soma dos quadrados dos catetos (triângulos amarelo e azul) resultam no quadrado da hipotenusa (triângulo vermelho.

Bom, e como um exercício de teorema de Pitágoras se parece? Há vários tipos, vamos começar com alguns.

Quando o exercício te pedir para determinar os catetos e a hipotenusa lembre-se, a hipotenusa é o lado oposto ao Ângulo reto. Nesse exemplo, x é a hipotenusa.

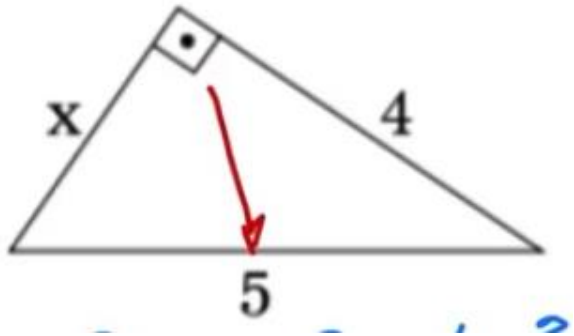
b)



$x^2 = a^2 + b^2$

Determine o valor do cateto

a)



$5^2 = x^2 + 4$

$25 = x^2 + 16$

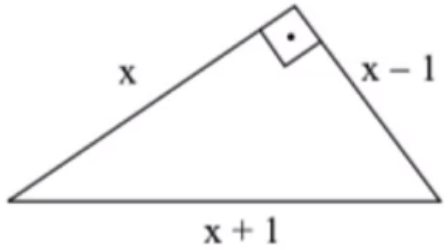
$25 - 16 = x^2$

$9 = x^2$

Raíz quadrada de 9=3

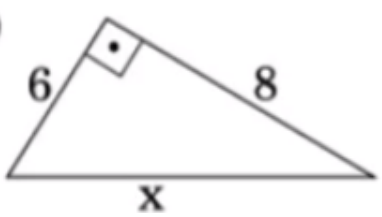
O cateto é 3

Determine x. Nesse caso nós poderemos usar o x-1 e o x-1 para resolver de acordo com a diferença entre quadrados. Fica:



Determine o valor da hipotenusa

a)



$X^2 = 36 + 64$

$X^2 = 100$

Raíz quadrada de 100 = 10

O valor da hipotenusa é 10

$X^2 + (x - 1^2) = (x + 1)$

$x^2 - x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$

Podemos cancelar o x^2 e o +1. Passamos o 2x para o outro lado

$x^2 - 4x = 0$

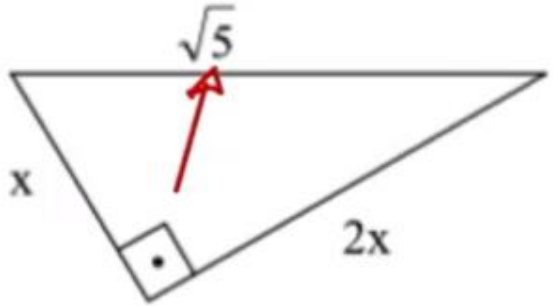
Vamos colocar x em evidência

$x(x - 4) = 0$

$X = 0$ ou $X = 4$

Como x=0 não convém, x é igual a 4

f)



Esse é um exemplo de triângulo com hipotenusa sendo um quadrado. Vamos começar montando a conta: $x^2+(2x)^2=(\sqrt{5})^2$

Repare que 2x está entre parênteses pois caso não estivesse apenas o x estaria ao quadrado.

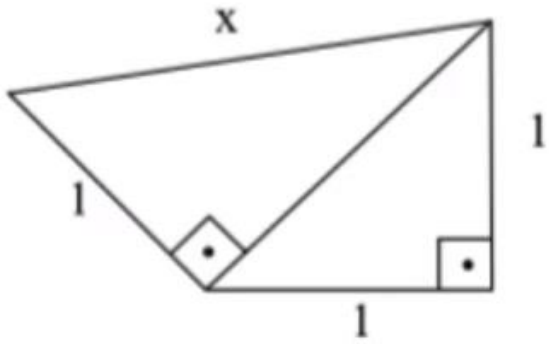
$x^2+4x^2 = 5$

$5x^2=5$

$X^2=1$

x-=1

g)



1º) $y^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow y^2 = 1 + 1 \Rightarrow y^2 = 2$

2º) $x^2 = 1^2 + y^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = 1 + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$

Explicarei a explicação do professor. Pra começar, o professor chamou a hipotenusa do triângulo que possui catetos 1 e 1 de y. $1^2+1^2=2$, então o quadrado da hipotenusa é 2

No segundo triângulo, ele repetiu o processo, dessa vez procurando um dos catetos. $Hip^2= 1^2+y^2$. Como sabemos que $y^2=2$, vamos substituí-lo. Assim, $x^2=3$, e x é igual a raiz quadrada de 3.

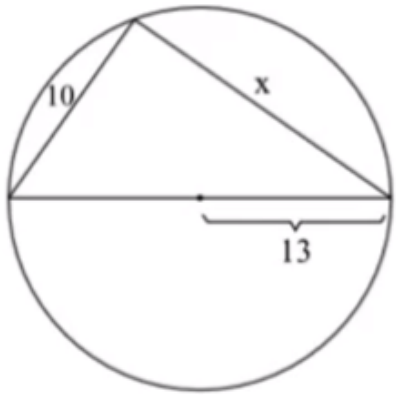
Vamos estudar agora uma propriedade do teorema.

“todo triângulo inscrito em uma circunferência, em que um lado seja o diâmetro, sua hipotenusa é o diâmetro.

Nesse caso, como o ponto indica o centro

do círculo, sabemos que é o ponto médio da hipotenusa.

a)

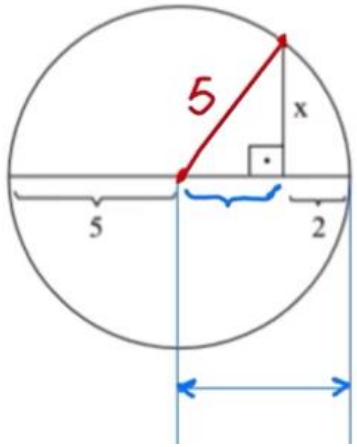


Então sabemos que a hipotenusa mede 26

Fazendo as contas, temos:

$X^2+10^2=26^2$
$X^2=579$
$X=24$

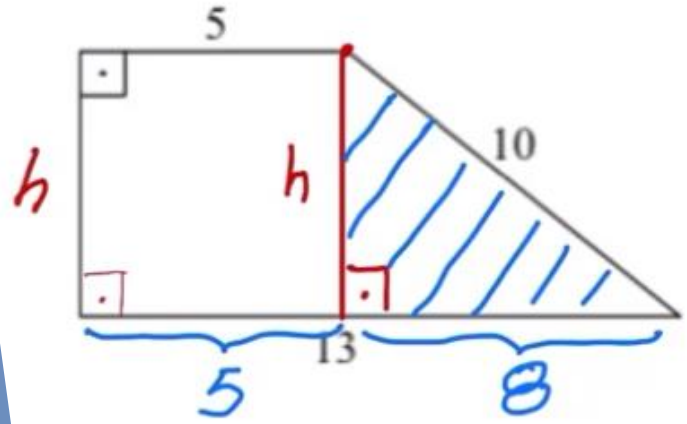
b)



Esse aqui não é tão complicado quanto parece. Primeiro, vamos traçar uma linha do centro até o ponto de tangência do lado x. Como isso equivale a um raio, então seu valor será 5.Descobrimos a hipotenusa, mas precisamos de um cateto pra descobrir o outro. Se o raio mede 5, então o cateto (chamaremos de z) irá medir 5-2, ou seja, z=3.

Agora, resolvemos isso:

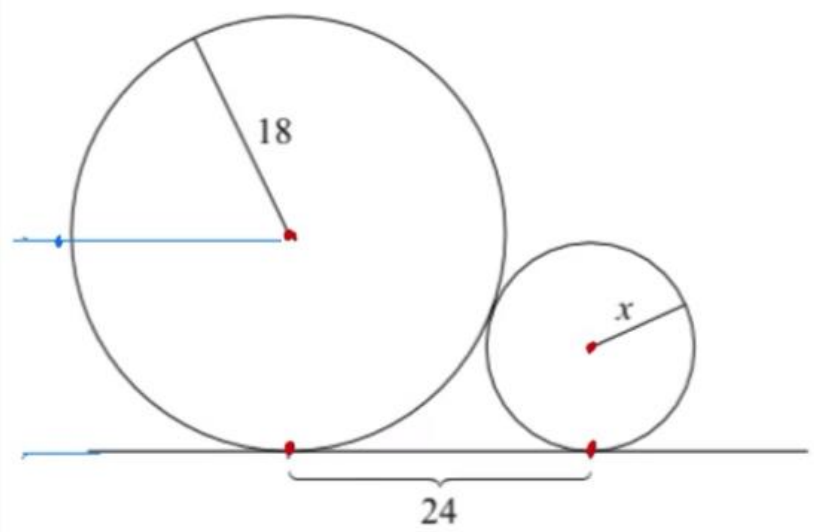
$3^2+x^2=5^2$
$9+x^2=25$
$X^2=25-9$
$X^2= 16$
$X=4$



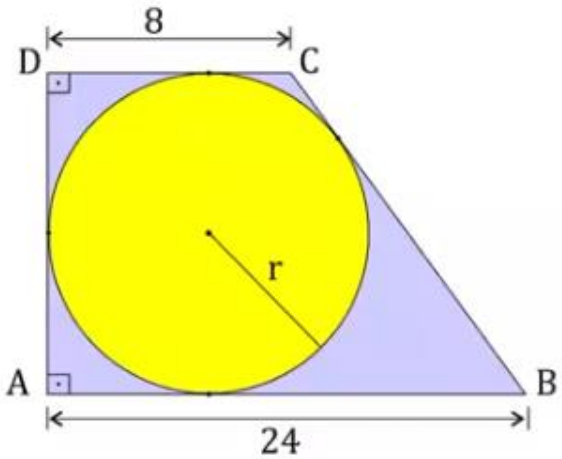
Bom, nesse caso o trapézio não possuía essa linha transformando-o num triângulo retângulo e num retângulo. Depois que essa ação foi feita, a medida do cateto era 13-5,pois 5 é um dos lados do retângulo.

A partir disso, irei desenvolver. Bom, temos tudo que precisamos para determinar o cateto. Vamos lá:

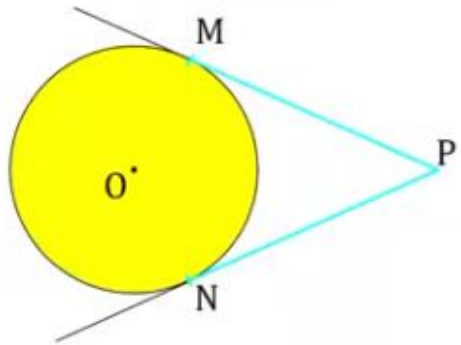
$H^2+8^2=10^2$
$H^2+64=100$
$H^2=36$
$H=6$

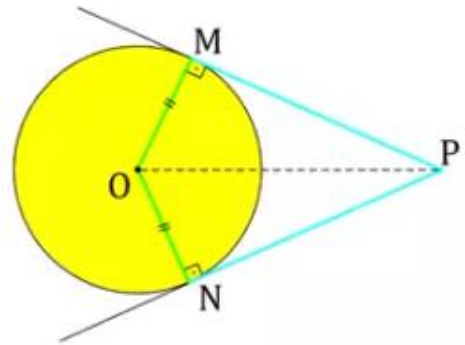


Para resolvermos esse, vamos primeiro traçar os raios entre os pontos de tangência e os centros. Agora, formamos um trapézio, e para resolver faremos igual ao anterior. Já temos que um cateto é 24, o outro é 18-x e a hipotenusa é 18+x. Podemos resolver pela diferença entre quadrados; A conta é:
$(18+x)^2=(18-x)^2+24$
$324+36x+x^2=324-36x+x^2+576$
Cancelamos 324 e x^2. Continuando:
$72x-576$
$X=8$



Recordando, inicialmente, uma propriedade de segmentos tangentes a uma circunferência: na figura abaixo, PM e PN são segmentos tangentes a uma circunferência, sendo M e N os pontos de tangência:

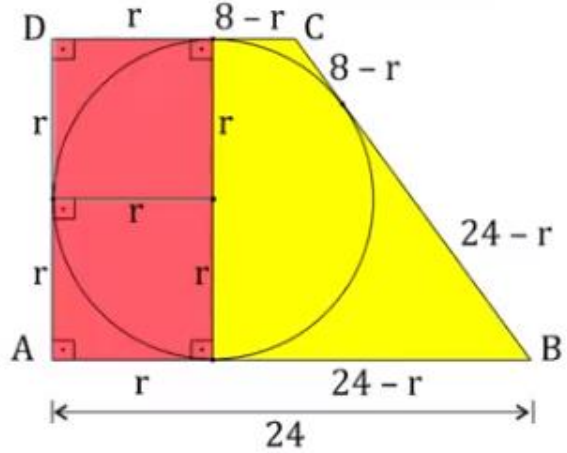


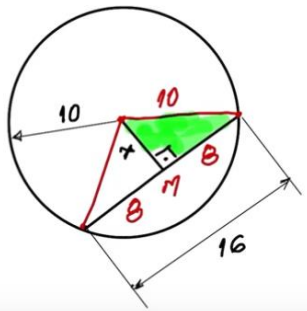


Como os triângulos POM e PON são congruentes, obtém-se que PM = PN.

Usando a propriedade descrita, sendo **r** o raio da circunferência inscrita no trapézio, indicar na figura as medidas dos segmentos de tangentes, em função de **r**.

Note que $BC = 8 - r + 24 - r \implies BC = 32 - 2r$





Por Pitágoras ⇒

$x^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow$

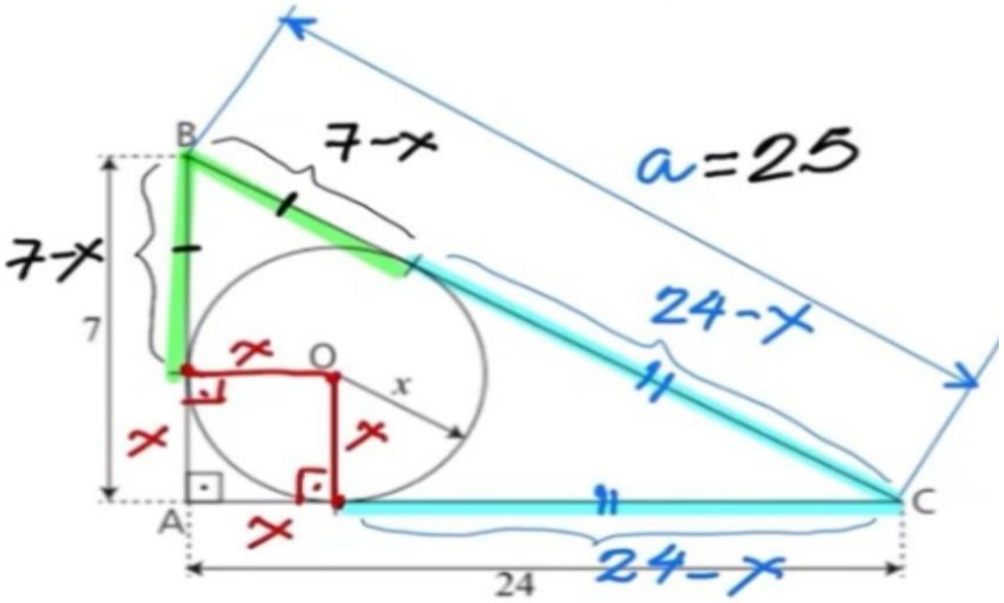
$\Rightarrow x^2 + 64 = 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 6$

O que ocorreu aqui foi: O raio mede 10, então a hipotenusa feita a partir dele também mede 10. Como o triângulo foi dividido em 2, e essa reta mede 16, formaram-se dois catetos com 8 de medida. Agora vamos achar o outro cateto (lembrando que as medidas desse triângulo são iguais). Pra acharmos, basta fazer a mesma conta que fizemos das últimas vezes, e que está na foto

02. Determine x na figura abaixo:



Pitágoras ⇒ $a^2 = 24^2 + 7^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 = 576 + 49 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 = 625 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 25$

Como $7-x+24-x=25$, vem:

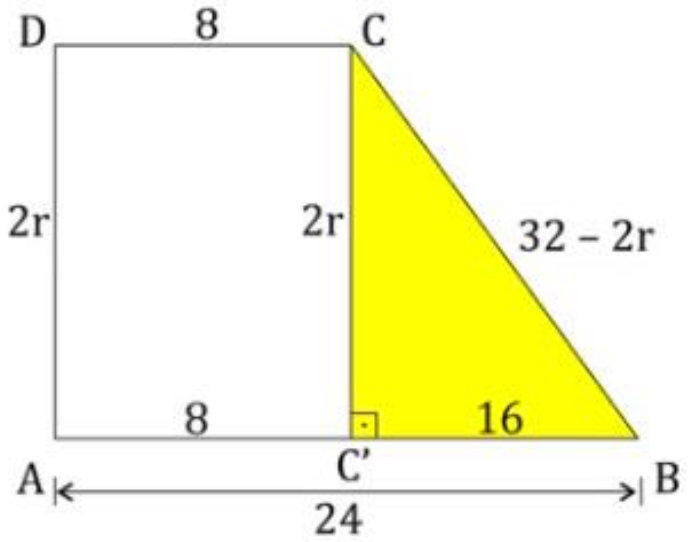
$7+24-25 = 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow 6 = 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 3$

Nesse caso, esse foi o proceder: Por uma propriedade já estudada, sabemos que quando ocorre de uma circunferência estar inscrita em um triangulo, as duas retas que o tangenciam tem o mesmo valor. Então, como sabemos quanto vale cada parte, aplicamos esse conceito com a conta acima (a é a hipotenusa)

Exemplo



Obtém-se o retângulo ADCC' e o triângulo retângulo CC'B.

Os catetos deste triângulo medem 2r e 16.

A hipotenusa mede 32 – 2r

Por Pitágoras, no ΔCC'B, temos:

$(32 - 2r)^2 = (2r)^2 + 16^2 \Rightarrow$

$1024 - 128r + 4r^2 = 4r^2 + 256 \Rightarrow$

$\Rightarrow 128r = 768 \Rightarrow 64r = 384 \Rightarrow \mathbf{r = 6}$

Problemas Literais

Sumário

1.Um número que somado com 10, é igual ao seu triplo.

Para resolver esse problema, primeiramente vamos dizer que esse número desconhecido é X. Agora vamos tentar armar a equação.
Bom, ´´um número desconhecido somado com 10´´ é o mesmo que ´´X+10´´. Esse número desconhecido somado com 10 é igual ao seu triplo, então é igual a 3X (´´Seu triplo´´ refere-se ao número desconhecido, por isso 3X). Vamos ´´traduzir´´ esse problema em uma equação.
Um número que somado com 10, é igual ao seu triplo.
X + 10 = 3X
Pronto, agora que armamos a equação fica mais fácil para achar o resultado, que aliás é 5.

2.A diferença entre dois números é de 8. Adicionando 2 ao maior número, tem-se o triplo do menor.

Antes de tudo, iremos representar o número menor e o maior usando letras, nesse caso, direi que o número maior é X e o menor é Y. Agora vamos tentar armar a equação.
A diferença (resultado de uma subtração) entre o número maior (X) e o menor (Y) é igual a 8. Se adicionarmos 2 ao número maior (X) tem-se o triplo do menor (Y). Agora vamos traduzir isso em uma equação.

A diferença entre dois números é de 8. Adicionando 2 ao maior número, tem-se o triplo do menor.
X - Y = 8
X + 2 = 3Y
Obtivemos duas equações, temos, agora, que arrumar a segunda, deixando de um modo em que o resultado da equação seja um número, nesse caso passaremos o ´´+2´´ para depois do sinal de igual e trazeremos o ´´3Y´´.
X - Y = 8
X - 3Y = - 2
Agora iremos resolver esse sistema. Para isso, iremos multiplicar a última equação por -1, de modo em que os ´´X´´ se anulem.
X - Y = 8
-X + 3Y = + 2
Ao somarmos teremos, 2Y=10. Resolvendo a equação ficaremos com Y=5. Agora que sabemos o valor de Y, basta pegarmos uma dessas equações e resolvermos, pegarei a primeira.
X - Y = 8 é o mesmo que X - 5 = 8, ou seja, X=13

3.Determine o número de alunos de uma classe, sabendo-se que 1/3 deles está na aula de Educação Física, ¼ no laboratório e os 20 restantes na Biblioteca.
Antes de tudo, vamos ver a que o ´´1/3´´ e 1/4´´ se referem. Nesse caso eles se referem a ao número de alunos de uma classe. Vamos chamar, então, esse número de alunos de X e, consequentemente o ⅓ de ⅓ de X e o ¼ de ¼ de X. O 20 é só 20 alunos mesmo. Sabendo disso, vamos estabelecer uma relação entre esses termos. Bom, podemos dizer que o ⅓ de alunos que estão na aula de Ed. Física + o ¼ de alunos que estão no laboratório + o restante que estão na biblioteca, é igual ao número total de alunos. Agora vamos traduzir isso em uma equação.

⅓ de alunos que estão na aula de Ed. Física + o ¼ de alunos que estão no laboratório + o restante que estão na biblioteca, é igual ao número total de alunos.
⅓ X + ¼ X + 20 = X
Agora que temos a equação, iremos resolvê-la. Primeiramente, iremos achar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores desses números (Para aqueles que não têm denominadores, como o 20 e o X coloque o 1 mesmo). Qual o mínimo múltiplo comum entre 3, 4, 1 e 1? 12!. Após isso, faça apenas uma fração contendo o denominador 12. Depois, que fizer isso, você pegará o 12, dividirá pelos denominadores das frações e o resultado você multiplicará pelo numerador. ficará assim:
Primeira fração: ⅓ X; 12/3 = 4; 4. 1 = 4X
Segunda fração: ¼ X; 12/4 =3; 3.1 =3X
Terceira fração: 20/1; 12/1 =12; 12.20 = 240.
Quarta fração: X/1; 12/1 = 12; 12.X = 12x
Então vamos organizar essa fração.
4x+3X+240/12 = 12X/12
Depois disso, os denominadores dessas duas frações, no caso o 12, se anularão. Ficando então:
4X+3X+240 = 12X
Agora basta resolver essa equação. O resultado será X=48, ou seja, o número total de alunos na turma é de 48 alunos.

4.Determinar 3 números inteiros e consecutivos tais que, a diferença entre o triplo do maior e o menor, é igual ao do meio somado com 104.

Primeiramente, vamos determinar esses números consecutivos. Para tal, iremos determinar primeiro o número do meio, que será então X. O anterior/menor, então, será X-1 e o sucessor/maior X+1. Vamos tentar armar a equação.
A diferença, ou seja, o resultado da subtração entre o triplo do número maior (X+1) e o número menor (X-1) é igual ao do meio (X) somado com 104. Vamos traduzir isso em uma equação:
A diferença entre o triplo do maior e o menor, é igual ao do meio somado com 104.
3 (X+1) - (X-1) = X+104
Depois que fazer as distributivas ficará:
3X+3 - X+1 = X +104
Agora basta resolver essa equação. Com isso X será igual a 100.

5. A soma das idades de um pai e um filho é 54 anos. Daqui a 3 anos, o pai terá o dobro da idade do filho. Quais as idades?

Primeiramente vamos chamar a idade do Pai de X e a do filho de Y. Sabemos, que a soma das duas idades é igual a 54, então já podemos colocar:

X+Y=54

Sabemos também, que daqui a 3 anos o pai (X) terá o dobro da idade do filho (Y) daqui a 3 anos. Podemos colocar assim:

X+3 = 2 (Y+3)

Após a distributiva ficará:

X+3 = 2Y +6

Arrumando a equação ficará:

X - 2Y = +3

O sistema ficará então:

X+Y=54

X - 2Y = +3

Arrumaremos de uma forma que ou os Ys se anulem ou os Xs. Irei preferir anular o X e descobrir a idade do filho primeiramente. Para isso, multiplicarei a segunda equação por -1. Ficará:

X+Y=54

-X + 2Y = -3

Após resolver ficará Y=17, ou seja o filho tem 17 anos. Para saber a idade do pai (X) basta trocar o Y de uma dessas equações por 17 e resolver.

X+Y=54 é o mesmo que X+17=54

Após resolver, sabe-se que a idade do pai (X) é igual a 37 anos.

6. Uma mãe tem 34 anos e sua filha tem 10 anos. Daqui a quantos anos a idade da mãe será o dobro da idade de sua filha?

A pergunta quer saber quanto tempo demorará para a mãe ter o dobro da idade da filha. Vamos chamar esse tempo de X. Com isso, podemos colocar:

34 + X = 2 (10 + X)

Após fazer a distributiva fica:

34 + X = 20 + 2X

Resolvendo essa equação resultará em X=14. Ou seja a mãe terá o dobro da idade da filha daqui a 14 anos

7.Num quintal, há galinhas e coelhos, ao todo 35 cabeças e 116 pés. Quantos animais há de cada espécie?

Primeiramente, diremos que o número de galinhas é X e o de coelhos Y. Sabemos que tanto a galinha quanto o coelho tem apenas uma cabeça cada um e ao somar os dois números resultará em 35 cabeças, então podemos colocar:

$X+Y=35$

Para sabermos o número de pés temos que pensar primeiramente: Quantas patas há cada animal? Os coelhos (X) têm 4 patas cada um, já as galinhas (Y) têm duas cada. Então a cada coelho (X) conta-se 4 patas e a cada galinha (Y) conta-se 2 patas. Então colocaremos assim:

$4.X +2.Y = 116$

Então o sistema ficará:

$X+Y=35$

$4X +2Y = 116$

Arrumaremos de uma forma que ou os Ys se anulem ou os Xs. Irei preferir anular o Y. Para isso, multiplicarei a primeira equação por -2. Ficará:

$-2X-2Y=-70$

$4X +2Y = 116$

Após resolver ficará:

$2X = 46$

Resolvendo ficará X=23. Ou seja o número é de coelhos é de 23. Para descobrir o número de galinhas, basta resolver uma das equações substituindo o X por 23:

$X+Y=35$ é o mesmo que $23+Y=35$, ou seja, o número de galinhas (Y) =13

Porcentagem

Sumário

1) O salário de uma pessoa era de R$ 1.500,00. Recebeu 15% de aumento. Qual o seu novo salário?

Podemos resolver esse problema de duas maneiras. Você pode simplesmente achar 15% de 1500 e depois somar com 1500. Mas a forma com que irei explicar é a seguinte: 1500 equivale a 100%. Contudo, esse valor sofreu um aumento de 15%, ou seja, esse 100% aumentou 15% ficando, então, 115%. Agora que chegamos a essa porcentagem, iremos dividir esse valor por 100, ou simplesmente mover a vírgula 2 casas para a esquerda. (115,0 após mover a vírgula duas casas à esquerda ficará 1,15). Agora que chegamos a esse decimal, multiplicaremos 1500 por 1,15 e o resultado dessa multiplicação já é o salário com reajuste. Portanto, o novo salário dessa pessoa é de R$ 1.725,00.

2). O preço de uma mala de viagem era R$ 1.200,00. Se Rosana a comprou por R$ 1.020,00, quanto por cento obteve de desconto?

O primeiro passo para se resolver é descobrir quanto foi o desconto, para isso basta subtrair 1020 de 1200, que resultará em 180. Sabendo disso você deve pensar o seguinte:

180 equivale a x por centos de 1200.

180 equivale a X/100 de 1200.

180 = X/100 de 1200.

180 = X/100 . 1200.

Agora que chegamos nessa última equação devemos simplificar o 1200. Para tal, cortaremos dois ´´0´´ de 1200 e dois ´´0´´ de 100. Ficará:

180 = X/1 . 12 que é o mesmo que 180 = X.12

O ´´12´´ está multiplicando o X, então iremos passá-lo para o outro lado dividindo o 180. Ficará então:

180/12 = X

Agora basta resolver essa divisão. O resultado será X = 15, ou seja, ela teve 15% de desconto

3) Após um aumento de 10%, o preço de uma mercadoria passou a ser R$ 385,00. Qual era o seu preço antes do aumento?

Bom, primeiramente vamos chamar o preço antes do aumento de X e antes do aumento X era 100% do valor. Para chegar ao valor atual (385), o preço antigo (X) sofreu um aumento de 10%, então deixou de ser 100% e passou a ser 110%. Após a divisão de 110% chegaremos a 1,1. Com isso podemos colocar que:

385 = X . 1,1

O 1,1 está multiplicando X, então passará dividindo ficará então:

385/1,1 =X

Agora basta resolver essa divisão. Por se tratar de uma divisão com um número decimal, deve-se multiplicar o número decimal (1,1) por múltiplos de 10 (10, 100, 1000 etc) até que esse número decimal vire um número inteiro. Nesse caso iremos multiplicar o 1,1 por 10, para que assim ele vire 11, ou seja um número inteiro. Já que multiplicamos o 1,1 por 10, temos que multiplicar o 385 por 10 também que resultará em 3850. Então a divisão agora está:

3850/11

Agora a divisão está mais fácil. O resultado dessa divisão será X (preço antes do aumento) = 350.

Se um comerciante aumenta o valor de uma mercadoria em 10% e no mês seguinte dá novo aumento de 10%, pode-se afirmar que o aumento total foi de 20%? Justifique.

Nesses tipos de perguntas eu gosto de sempre trabalhar com o 100, pois o número que der na porcentagem será o mesmo sem o sinal, ou seja, se der 20% será igual a 20, se der 23% será igual a 23. Então vamos lá, se o preço antes da mercadoria for 100, após um aumento de 10% o valor será 110, já que 10% equivalem a 10 em relação a 100. Após esse aumento, o comerciante tornou a aumentar o valor do produto em 10% mas agora em relação a 110. 10% de 110 é o mesmo que dividir 110 por 10 que resultará em 11, ou seja 10% de 110 é igual a 11. Ao somar 11 a 110 chegaremos a 121. Esse aumento total é em relação ao primeiro valor do produto ou seja 100. Houve um aumento de 21 reais em relação ao primeiro valor (121 - 100), ou seja houve um aumento de 21% em relação ao primeiro valor do produto (100). Por isso, não podemos afirmar que o aumento total é de 20%.

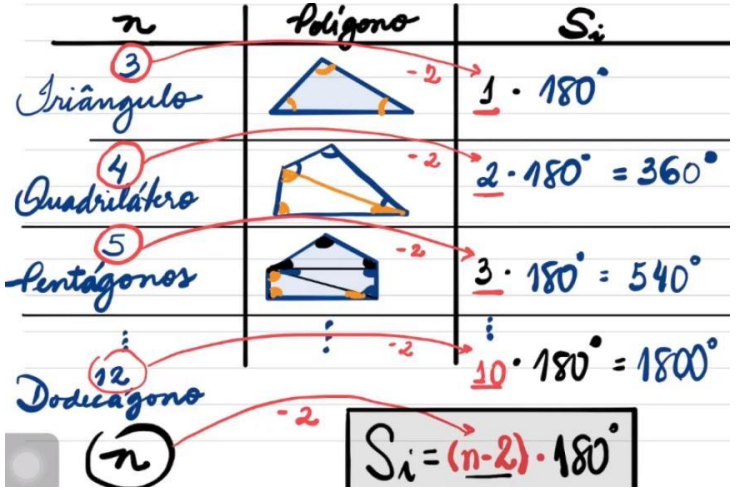
Polígonos

Sumário

Soma dos Ângulos Internos (Si)

Para calcularmos a soma dos ângulos internos de um polígono, precisamos antes determinar qual a quantidade de lados. Depois, iremos subtrair esse número por dois, e por fim, iremos multiplicar o resultado por 180. A fórmula para o cálculo da soma dos ângulos internos é: (n-2) x 180 = Si

Obs: A incógnita “n” representa o número de lados do polígono.



Exemplos:

1- Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo?

O número de lados do triângulo é três. Sendo assim iremos subtrair 2 de 3, resultando em 1. Por fim, multiplicando 1 por 180, obtém-se 180, que é a soma dos ângulos internos. A conta é:

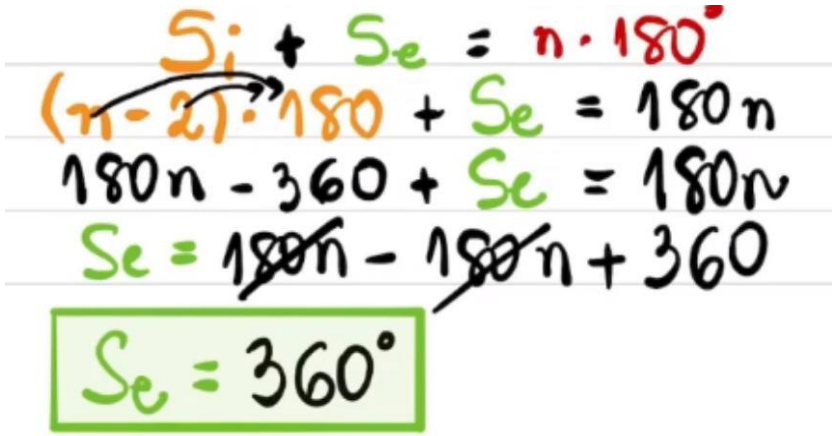
(3-2) x 180 = 180°

2- Qual é a soma dos ângulos internos de um hexágono?

O número de lados do hexágono é seis. Sendo assim iremos subtrair 2 de 6, resultando em 4. Por fim, multiplicando 4 por 180, obtém-se 720, que é a soma dos ângulos internos. A conta é:

(6-2) x 180 = 720°

Soma dos ângulos externos (Se)



A soma dos ângulos externos de um polígono sempre resulta em 360. Para provar isso, basta apenas fazer o seguinte: Primeiro, vamos determinar que a soma dos ângulos externos mais a soma dos ângulos internos é n x 180. Depois, iremos pegar o mesmo cálculo utilizado para calcular a soma dos ângulos internos e vamos fazer a distributiva, resultando em 180n - 360. Depois, iremos descobrir que Se = 360 - 180n - 180n. Ou seja, Se = 360°.

Exemplo:

Qual a soma dos ângulos externos de um quadrilátero?

É simples. Sabendo que Si + Se vai ser igual a 180n. Se Si é igual a (n-2) x 180, teremos:

Se= 720 - 360 = 720

720 - 720 = 0

Então o resultado será 360°.

Diagonais

Diagonais que saem de um único vértice (Dv)

Como o nome já diz, são as diagonais que saem de um vértice do polígono. Para calcularmos isso, vamos fazer o seguinte cálculo: O número de lados menos 3 será igual à quantidade de diagonais que saem de um único vértice. Ou seja: Dv = n-3

Exemplos:

Qual o número de diagonais que saem de um único vértice de um pentágono?

O pentágono possui 5 lados. Sendo assim, o número de diagonais que saem de um único vértice de um pentágono será o resultado de 5-3, ou seja, 2.

Qual o número de diagonais que saem de um único vértice de um octógono?

O octógono possui 8 lados. Sendo assim, o número de diagonais que saem de um único vértice de um octógono será o resultado de 8-3, ou seja, 5.

Total de diagonais de um polígono

O total de diagonais de um polígono é a soma de todas as suas diagonais. Para calcularmos esse número, iremos multiplicar o número diagonais que saem de um único vértice do polígono pelo número de lados. Depois, dividiremos esse resultado por 2. Ou seja: $\frac{Dv \cdot n}{2}$

Exemplo:

Qual o total de diagonais de um hexágono?

Um hexágono possui 6 lados. Sendo assim, o resultado das diagonais que passam por um vértice será o resultado de 6-3, ou seja, 3. Ao multiplicarmos esse resultado pelo número de lados do hexágono e dividirmos por 2, o número total de vértices de um hexágono será de 9 diagonais.

Polígonos Regulares

Os polígonos regulares apresentam ângulos internos, ângulos externos e lados congruentes. Sendo assim, para calcularmos os ângulos internos de um polígono regular, primeiro precisamos achar os ângulos externos.

Ângulos externos de um polígono regular (Ae)

Para sabermos o valor dos ângulos externos de um polígono regular, faremos o seguinte cálculo: dividiremos o número da soma dos ângulos externos (ou seja, 360) pelo número de lados do polígono regular. Ou seja, $\frac{360}{n}$.

Exemplo:

Qual a medida dos ângulos externos de um quadrado?

Para resolvermos isso, vamos dividir 360 por 4. Assim, determinamos que a medida dos ângulos externos do quadrado é de 90°.

Ângulos internos de um polígono regular (Ai)

Para calcularmos a medida dos ângulos internos de um polígono regular, precisamos da medida dos ângulos externos do polígono, e depois precisaremos achar a medida do ângulo suplementar ao ângulo externo, ou seja, 180 menos o ângulo externo. Ou seja,

$$\frac{360}{n} = ae$$

180-ae= ai

Exemplo:

Qual a medida dos ângulos internos de um triângulo equilátero?

Para resolvermos isso, primeiro acharemos a medida dos ângulos externos. Vamos dividir 360 por 3. Assim, determinamos que a medida dos ângulos externos do triângulo equilátero é de 120°. Depois, iremos achar a medida do ângulo suplementar, fazendo a seguinte operação: 180-120. Assim, obteremos que a medida dos ângulos internos de um triângulo equilátero é igual a 60°.

Eixos de simetria

A quantidade de eixos de simetria de um polígono regular será igual ao seu número de lados. Por exemplo, o número de eixos de simetria de um quadrado é quatro.

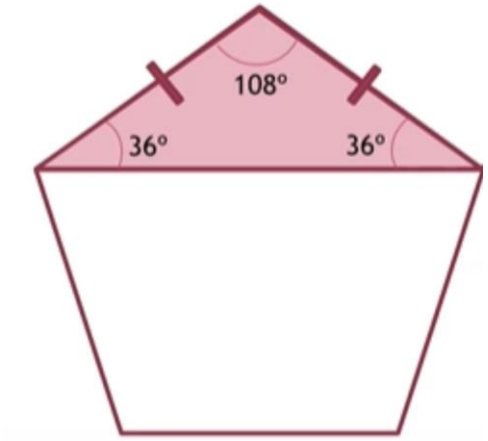
Diagonais de um polígono regular

Diagonais que passam pelo centro de um polígono regular (Dc)

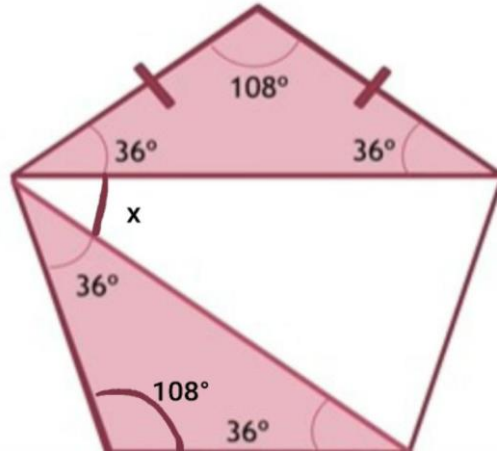
Quando o número de lados de um polígono regular for ímpar, nenhuma diagonal passará pelo centro. No caso de polígonos regulares com número de lados par, basta dividir o número de lados por 2. Por exemplo, um triângulo, por possuir 3 lados, ou seja, um número de lados ímpar, não possui diagonais passando pelo centro. Já no caso de um octógono, por possuir um número de lados par, o número de diagonais que passam pelo centro será de $\frac{8}{2}$, ou seja. 4

A “Tampa da Panela”

A ´´Tampa da panela´´ é um triângulo isósceles formado por 2 lados e por 1 diagonal dos polígonos regulares como no exemplo:

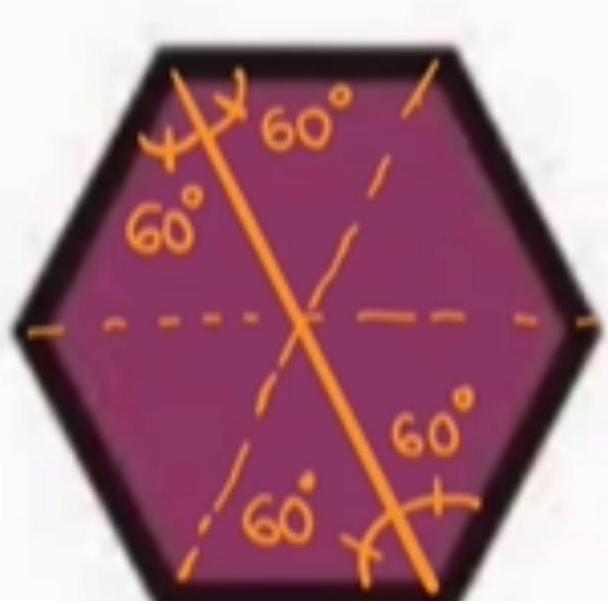


Observe que o valor de um dos ângulos desse triângulo sempre será o valor de um ângulo completo do polígono, neste caso um dos ângulos será
de 108 graus. Perceba também, que por se tratar
de um triângulos Isósceles os ângulos das bases serão iguais.
Sabendo disso, basta subtrair 108
de 180, que resultará em 72, e dividir por 2,
resultando em 36. Essa ´´fórmula´´ equivale para todos os polígonos regulares.
Outra coisa importante de ressaltar é que
aparecerão ´´uma tampa de panela´´ para cada
vértice e todas terão os mesmos valores como no exemplo ao lado.
Sabendo disso, podemos descobrir, por exemplo, o valor do ´´X´´.
Já que todo o ângulo vale 108, e temos 2 partes desse ângulo que valem 36, totalizando 72, quanto falta para 108? 36! Ou seja X = 36. Isso acontece com todos os polígonos regulares.



A “Tampa da Panela”

Vale ressaltar que nos polígonos que têm diagonais que passam pelo centro, essas diagonais serão bissetriz desses ângulos, ou seja, cortam os ângulos em 2 partes iguais, como no exemplo:

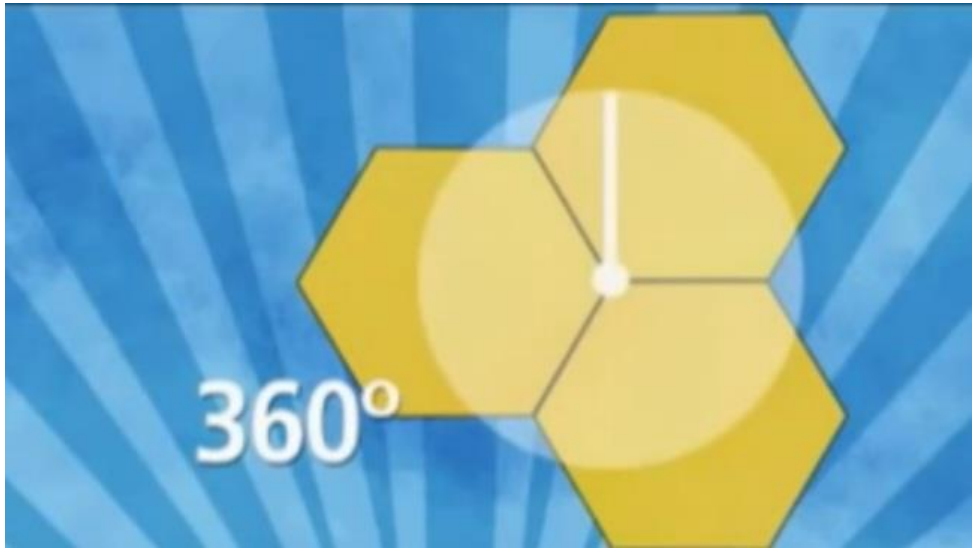


Lembrando que nesses polígonos também vale a tampa de panela como no polígono (com outras medidas obviamente).

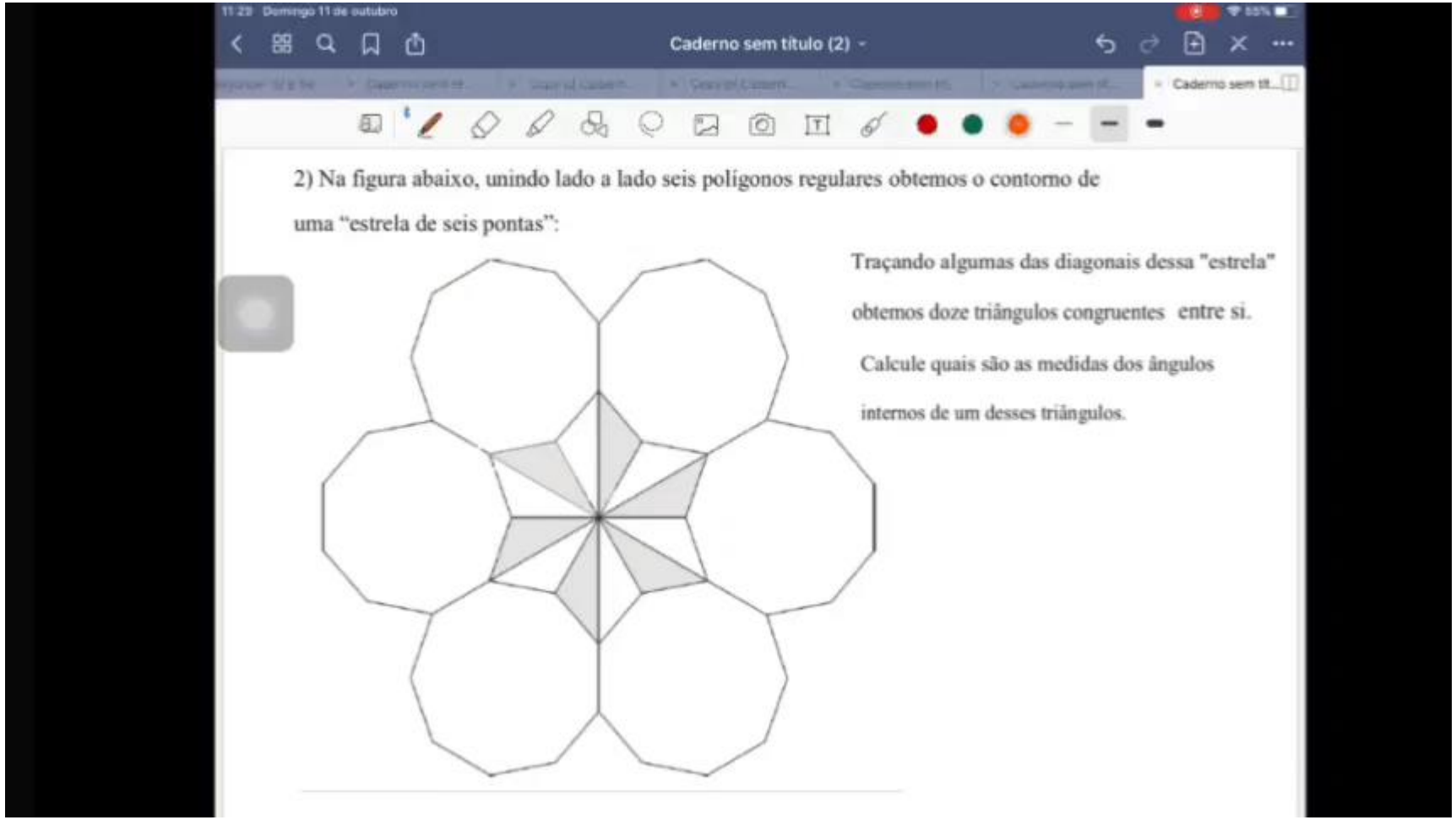
Pavimentação

Pavimentar ou ladrilhar uma superfície significa recobri-la usando polígonos, sem deixar nenhum espaço vazio.

Quadrados, triângulos equiláteros ou hexágonos: esses polígonos podem ser usados sem a necessidade de utilizar outros polígonos para pavimentar uma superfície. Para que um polígono cubra uma superfície, é preciso que a medida dos ângulos em volta do ponto onde as figuras se encontram seja 360°. Em outras palavras para descobrir se pode ou não, o valor de cada ângulo interno desse polígono tem que ser divisível por 360, por isso só o triângulo (60), quadrado (90) e hexágono (120) podem ladrilhar.



Exemplo


Caderno sem título (2)
2) Na figura abaixo, unindo lado a lado seis polígonos regulares obtemos o contorno de uma "estrela de seis pontas":
Traçando algumas das diagonais dessa "estrela" obtemos doze triângulos congruentes entre si.
Calcule quais são as medidas dos ângulos internos de um desses triângulos.

Circunferências

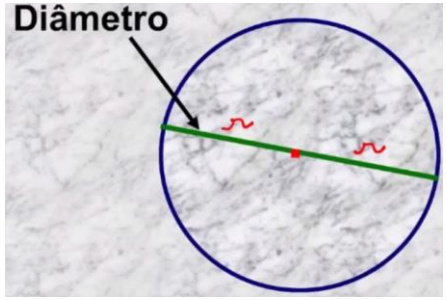
Sumário

Uma circunferência é um conjunto de pontos, que possuem as distâncias iguais entre um ponto.

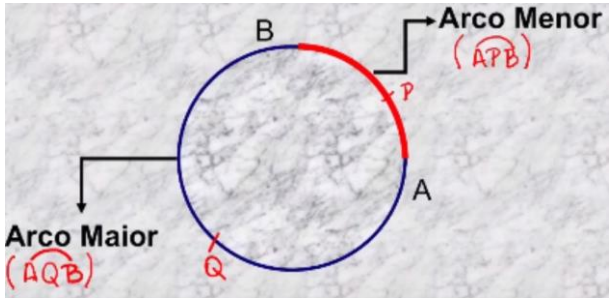
Raio: O raio é um segmento de reta que vai do centro da circunferência até um ponto da circunferência.

Corda: É um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

Diâmetro: É uma corda que passa pelo centro da circunferência. Assim, a medida de um diâmetro é igual a duas vezes o raio.



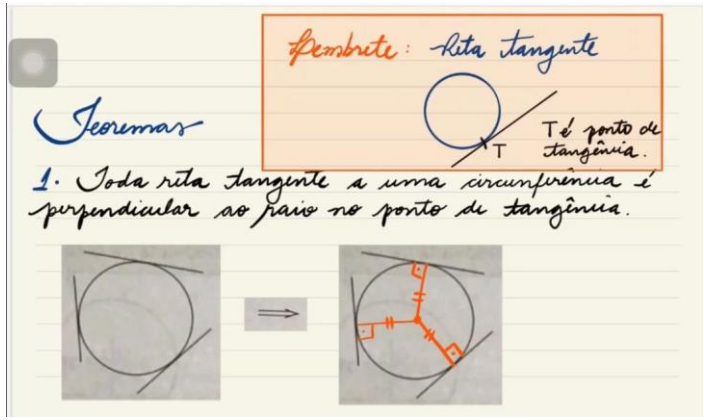
Arco: É uma parte da circunferência. Quando a circunferência apresenta dois arcos podem ser divididos em arco maior e arco menor. Quando o tamanho de ambos os arcos forem do mesmo tamanho, ambos serão chamados de semicircunferências.



Propriedades das circunferências

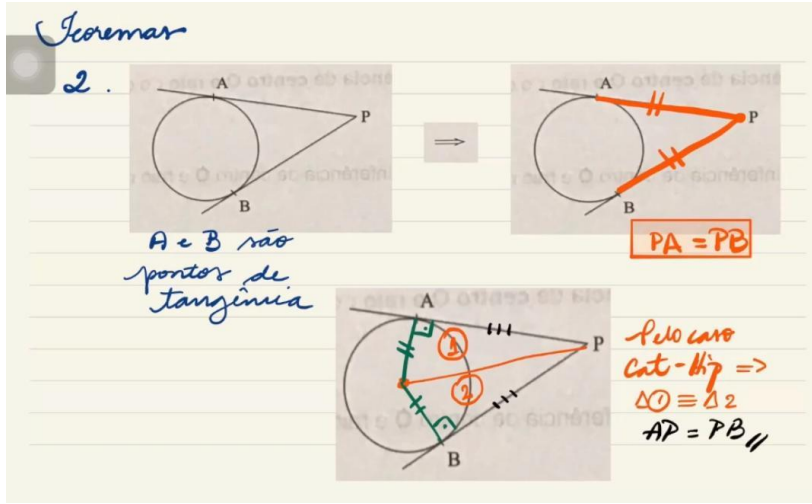
Teorema 1

Retas tangentes são retas que apresentam um ponto de tangência, ou seja, um ponto em comum com a circunferência. São perpendiculares ao raio, assim, o raio formará junto com o ponto de tangência um Ângulo de 90°.



Teorema 2

Nesse caso, quando duas retas que partem de um mesmo ponto tangenciam uma mesma circunferência, pode-se afirmar que a medida de seus lados são iguais. Podemos observar na figura abaixo que a as retas AP e BP tangenciam a circunferência pelos pontos A e B. Podemos afirmar que os dois lados dessa reta são iguais pelo caso de congruência Cateto-Hipotenusa. Basta fazer uma reta do raio até o ponto P, e depois traçar uma reta do raio até o ponto A e outra do raio até o ponto B, assim, se formará um ângulo de 90°. Como a distância do raio até o ponto de tangência é a mesma, e a hipotenusa é comum aos dois triângulos, tem-se um caso de congruência.



Propriedades das circunferências

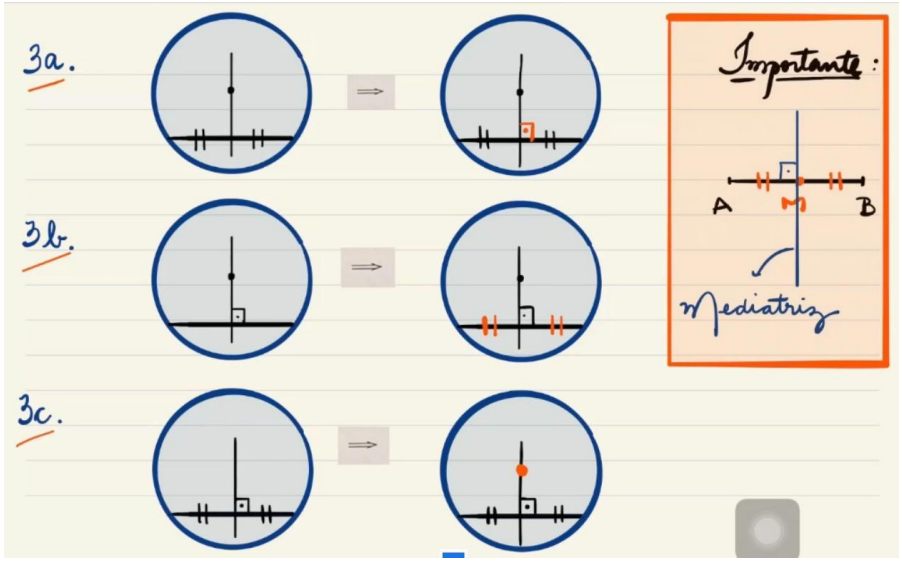
Teorema 3

O terceiro teorema pode ser dividido em a, b e c.

a) Nesse caso, uma reta que passa pelo centro e corta uma corda que vai do ponto A ao B (esses pontos são um exemplo) em duas partes. Concluímos assim que essa reta será mediatriz desses do segmento AB, formando um ângulo reto do raio até o segmento.

b) Nesse caso, a reta que passa pelo centro divide a corda em duas partes, formando a mediatriz desse segmento. Assim, concluímos que as duas retas são iguais.

No último caso do terceiro teorema, concluímos que a reta que corta a corda em duas partes passa pelo centro, forma um ângulo de 90° e também duas partes iguais.

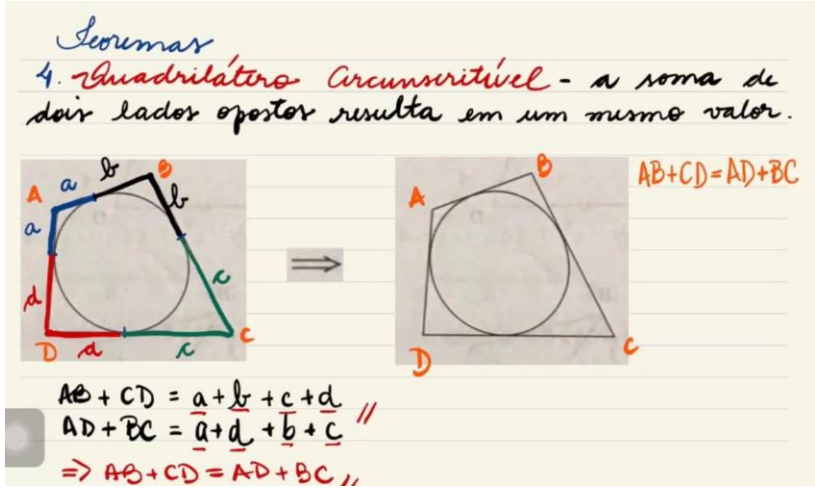


Propriedades das circunferências

Teorema 4

Quadrilátero Circunscrito

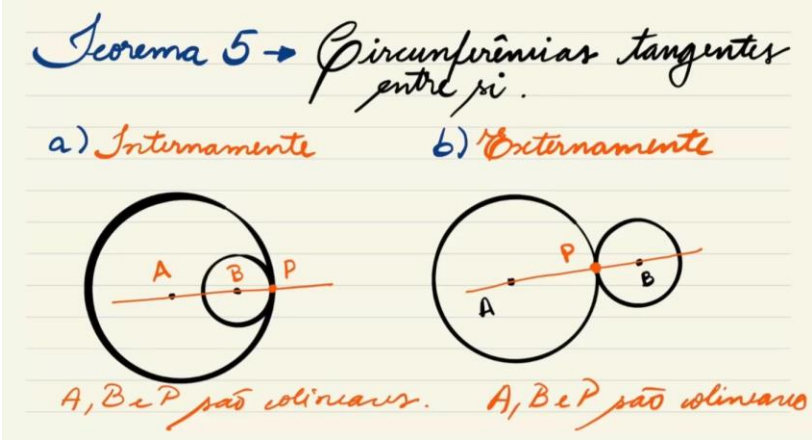
Nesse caso, quando todos os lados de um quadrilátero tangenciam uma mesma circunferência, a soma dos dois lados opostos será igual à soma dos outros dois lados. Nesse exemplo, temos os lados a, b, c e d. Então: ab+cd = bc+ad.]



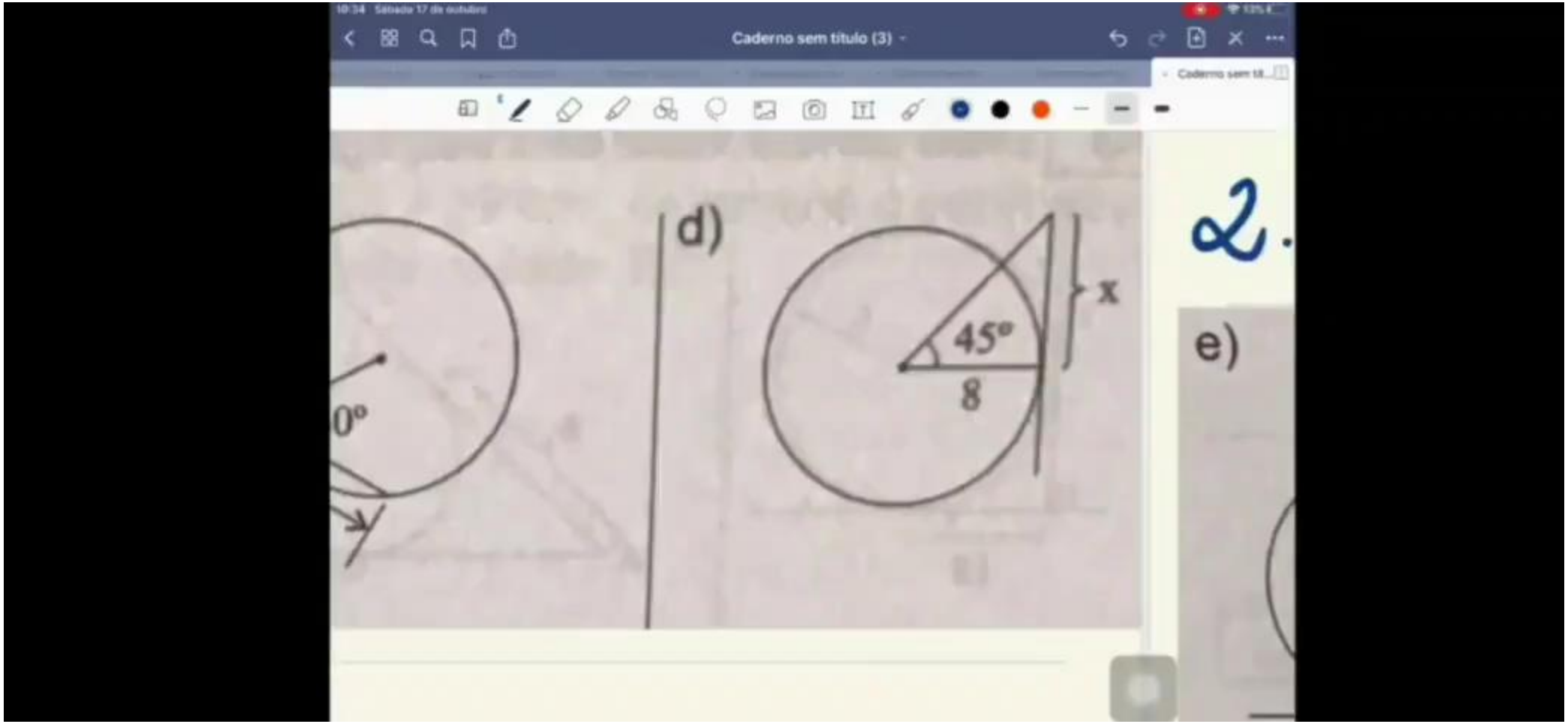
Teorema 5

Circunferências tangentes entre si

Duas circunferências podem ser tangentes entre si internamente ou externamente. Em ambos os casos. o raio de uma circunferência, o ponto de tangência e o raio da outra circunferência são colineares, ou seja, formam a mesma linha.



Exemplos de cada teorema



Circunscrito e Inscrito

Inscrito e circunscrito

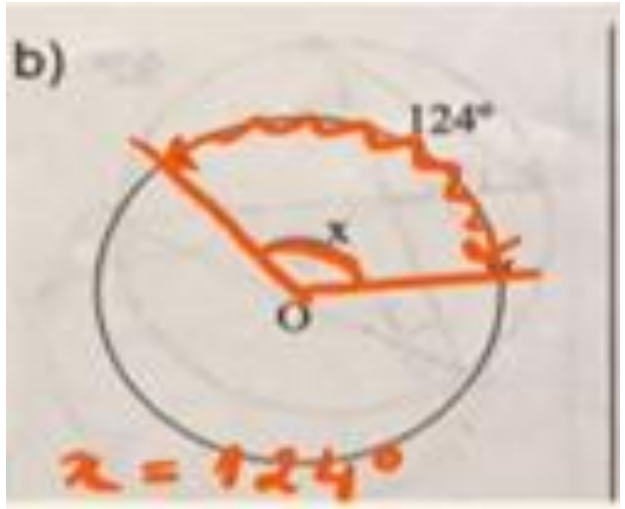
Inscrito: O polígono está do lado de dentro da circunferência

Circunscrito: A circunferência está do lado de dentro do polígono

Tipos de ângulos

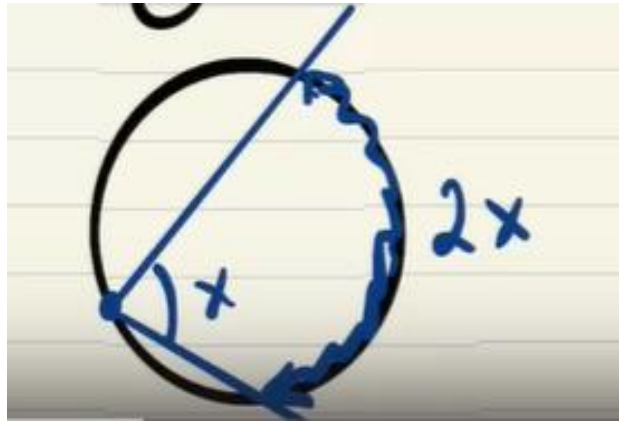
Ângulo central

Qualquer ângulo que tenha seu vértice dentro no centro da circunferência, com isso, a medida do arco que ele determina será X.



Ângulo inscrito

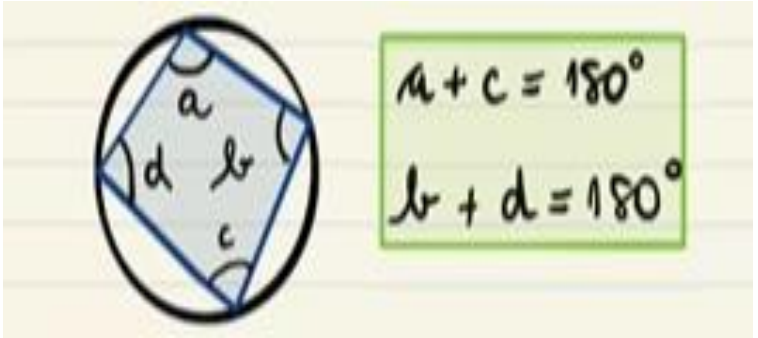
O vértice do ângulo está na circunferência, com isso, o arco que ele determina será igual ao dobro de sua medida



Tipos de ângulos

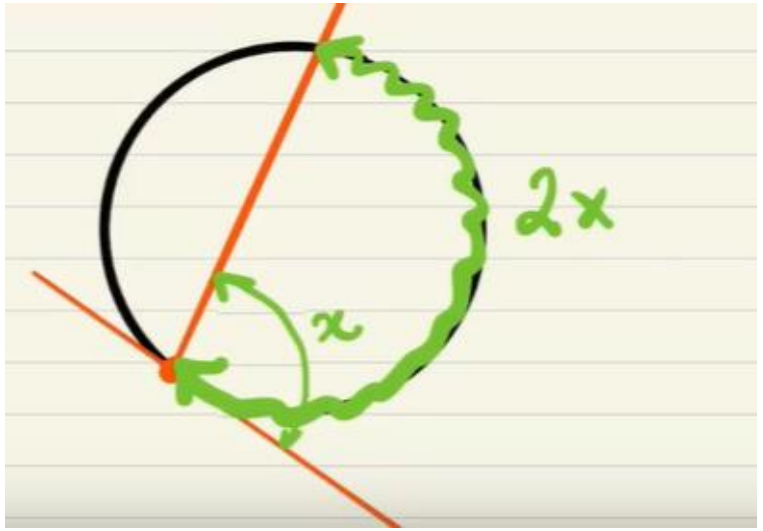
Quadrilátero inscrito

Os 4 vértices do quadrilátero estarão na circunferência. Com isso, a soma dos ângulos opostos serão igual a 180



Ângulo de segmento ou semi inscrito

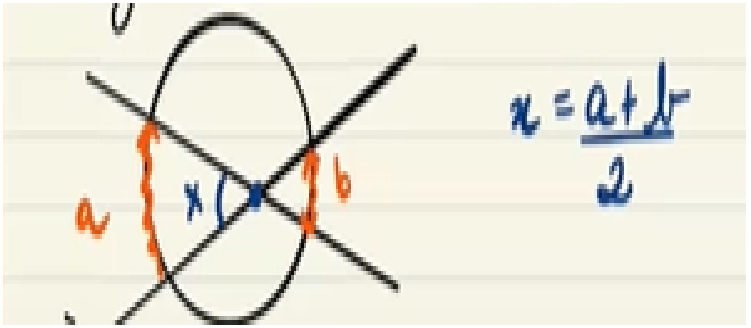
É o ângulo onde um de seus vértices na circunferência, um de seus lados contém uma corda e outro é tangente. Com isso, o arco que ele determina valerá o dobro da medida



Tipos de ângulos

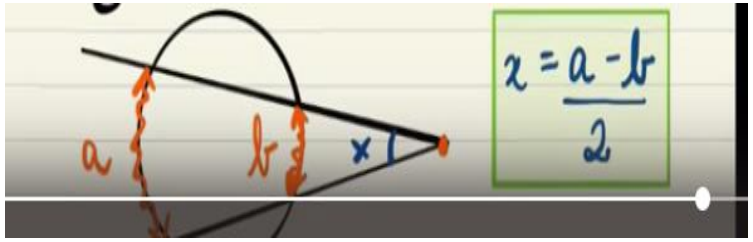
Ângulo excêntrico interior

O vértice está dentro da circunferência. Com isso, a medida de seu ângulo é igual a média das medidas dos arcos determinados pelos seus lados



Ângulo excêntrico exterior

O vértice está fora da circunferência e seus lados têm pontos em comum com a circunferência. Com isso, a medida de seu ângulo é igual a metade da diferença dos arcos compreendidos entre seus lados.



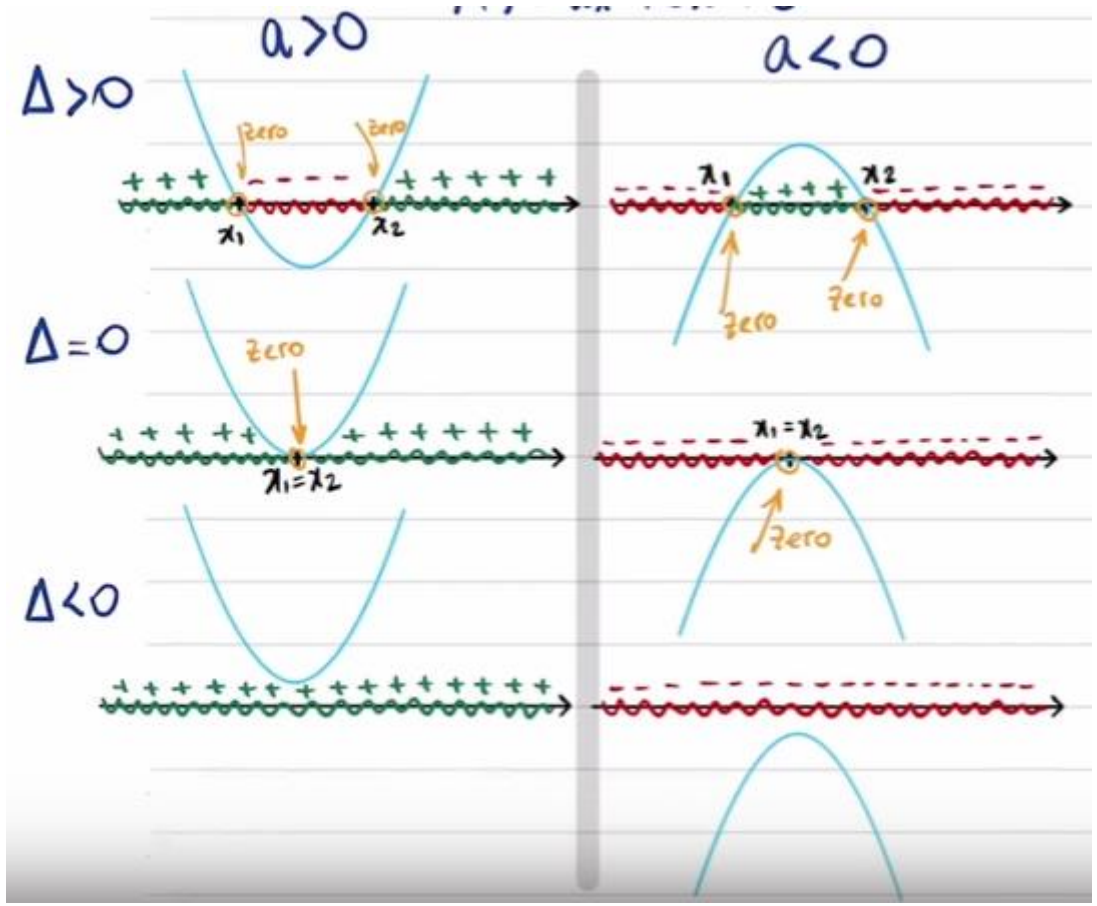
Inequações

Sumário

Inequações do Segundo Grau

Para resolver Inequações do Segundo Grau, usamos alguns conceitos de função Quadrática, então vamos retomar esses conceitos relacionando eles com o assunto que está sendo abordado:

	A>0 (Parábola feliz)	A<0 (Parábola triste)
Delta maior que 0	Terão 2 pontos que interceptam o eixo x, então o que tiver entre esses dois pontos resultará em Y negativo e o que não tiver resultará em positivo e os dois pontos que interceptam resultarão em Y = 0.	Terão 2 pontos que interceptam o eixo x, então o que tiver entre esses dois pontos resultará em um Y positivo e o que não estiver resultará em negativo e os dois pontos que interceptam resultarão em Y = 0.
Delta igual 0	Apenas um ponto intercepta o eixo x, com isso, toda a reta resultará em um Y positivo, com exceção desse ponto que intercepta que resultará em 0	Apenas um ponto intercepta o eixo x, com isso, toda a reta resultará em um Y negativo, com exceção desse ponto que intercepta que resultará em 0
Delta menor que 0	Nenhum ponto intercepta o eixo x, então qualquer x resultará em um Y positivo	Nenhum ponto intercepta o eixo x, então qualquer x resultará em um Y negativo



Quando a bolinha é fechada ou aberta?

Para a bolinha ser fechada, a condição da equação tem que ser “maior ou igual a” ou “menor ou igual a”, se a condição for apenas “maior que” ou “menor que” a bolinha será aberta. Quando a bolinha for fechada, você inclui o x1 e x2 e quando for aberta você não inclui esses pontos na sua resposta. As inequações sempre terão esse “maior que zero” ou “menor que zero”. A ideia central dessas questões é indicar quais valores para x que geram um Y que faça com que a sentença seja verdadeira. Tá….WTF. Bom, vamos lá, você vai ver que não é muito difícil.

Agora que já falei a parte teórica, vamos para a parte mais divertida (Ou não): Fazer contas eba.

Exercícios envolvendo inequações: 1

a) $3x^2 - 13x - 10 > 0$

A primeira coisa é perceber qual é a condição para Y, nesse caso, o Y tem que ser maior que 0, ou seja, positivo. Beleza e agora? Agora, basta resolver essa equação como se fosse uma equação de segundo grau. Assim ó:

$3x^2 - 13x - 10 = 0$

Vamos usar bhaskara para resolver então:

$- (-13) +/- \sqrt{(-13)^2} -4.-10.3 / 2.3$

$+13 +/- \sqrt{169+120} / 6$

$+13 +/- \sqrt{289} / 6$

$+13 +/- 17 / 6$

$x1 = 13 + 17/ 6$

$x1 = 30/6$

$x1 = 5$

$x2 = 13 - 17/6$

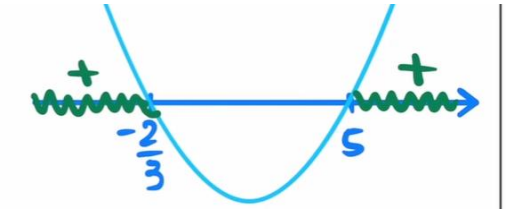
$x2 = -4/6$

$x2 = -2/3$

Então tá, fizemos bhaskara e achamos o x1 e o x2, e agora???? Lembra daquela tabela que eu te mostrei? Então, vamos voltar nela e identificar qual caso é o nosso. Nesse caso, o A > 0 e delta é maior que 0, então um grande sábio disse para nós:

"*Terão 2 pontos que interceptam o eixo x, então o que tiver entre esses dois pontos resultará em Y negativo e o que não tiver resultará em positivo e os dois pontos que interceptam resultarão em Y = 0.*"

Para ficar mais fácil, eu aconselho você a montar uma reta e colocar essas informações, assim ó:



(Coloque o menor primeiro na reta)

Então para o Y ser maior que 0 (positivo), o x tem que ser menor que -2/3 ou maior que 5! A resposta fica assim:

$S = \{X \in R / X < -2/3 \text{ ou } X > 5\}$

Exercícios envolvendo inequações: 2

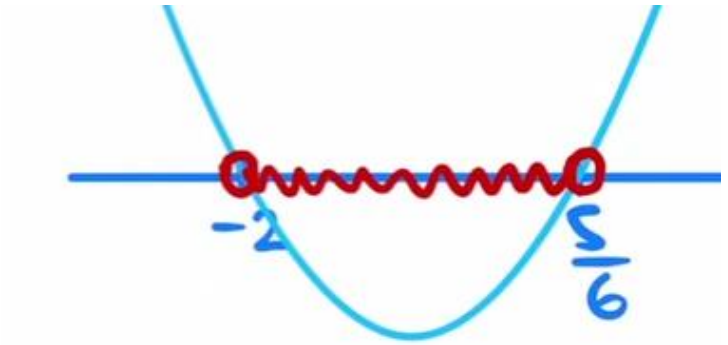
b) $6x^2 + 7x - 10 < 0$

Condição: Y tem que ser menor que 0 (negativo)
Bora resolver então essa equação usando bhaskara:
$6x^2 + 7x - 10 = 0$
$-7 +/- \sqrt{7^2} - 4.-10.6 / 2.6$
$-7+/- \sqrt{49} +240 / 12$
$-7 +/- \sqrt{289}/ 12$
$-7 +/- 17 /12$

$x1 = -7 + 17 /12$
$x1 = 10/12$
$x1 = 5/6$

$x2 = -7-17/12$
$x2 = -24/12$
$x2 = -2$

Vamos traçar a parábola (lembrando que nesse caso A é positivo e colocando o menor primeiro e depois o maior)



Então, para que Y seja negativo, x tem que ser maior que -2 e menor que 5/6. A resposta fica:
$S=\{X \in R/ -2 < X < 5/6\}$ (quando x for no meio dos dois pontos, coloque a resposta com o X no meio também ;)

Exercícios envolvendo inequações: 3

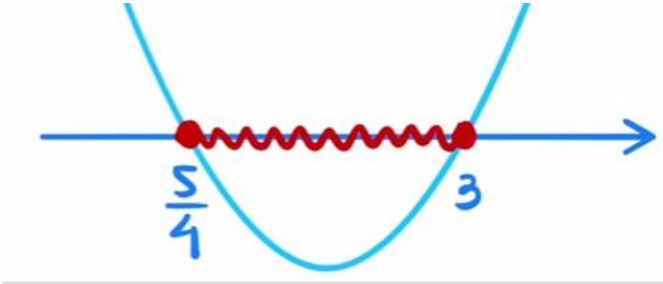
c) $4x^2 - 17x + 15 \leqslant 0$

Condição: Y tem quer ser negativo ou igual a 0.
Vamos usar bhaskara:
$4x^2 - 17x + 15 = 0$
$-(-17) +/- \sqrt{(-17)^2 - 4.+4.15} / 2.4$
$+17 +/- \sqrt{289 - 240} / 8$
$+17 +/- \sqrt{49} / 8$
$+17 +/- 7 /8$

$x1 = +17+7 /8$
$x1 = 24/8$
$x1=3$

$x2 = 17-7/8$
$x2=10/8$
$x2= 5/4$

Agora, let's traçar the parábola (A positivo e colocando o menor primeiro):



Nesse caso, ele não quer só o x para que o Y seja negativo, ele pede para que você diga também quando ela for 0, e para o Y ser 0, X terá que ser 5/4 ou 3 (Por isso a bolinha está fechada, se estivesse aberta, não incluiríamos o x1 e o x2). Então, para que Y seja menor ou igual a 0, x terá que ser maior ou igual que 5/4 ou menor ou igual que 3. A resposta fica:
$S=\{X \in R/\ 5/4 \leq X \leq 3\}$

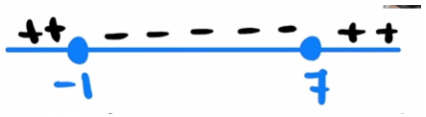
Exercícios envolvendo inequações: 4

a) $(x^2 - 6x - 7)(x^2 - 4x + 3) \geqslant 0$

Nesse caso, temos meio que duas equações do segundo grau que se multiplicam. Mas isso não muda muita coisa veja:
Condição: Y tem que ser maior ou igual a 0.
Vamos achar os xizes de cada equação utilizando o produto da soma pela diferença:

Primeira equação:
x^2 - 6x -7 = 0
(x +1) (x-7) = 0
x1 = -1
x2 = 7

Vamos traçar a sua reta:

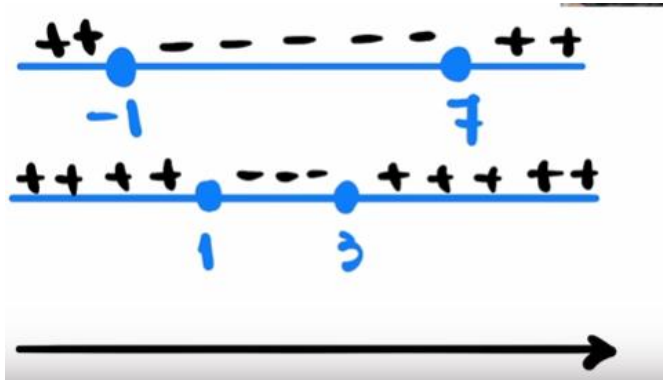


Segunda equação:
x^2 -4x +3 = 0
(x-1) (x-3) = 0
x1= 1
x2 = 3
Sua reta:

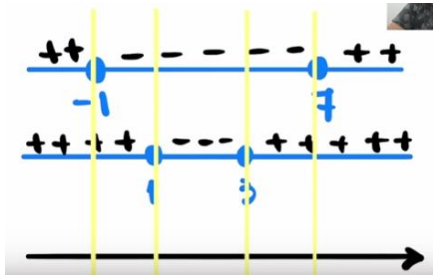
A grande peculiaridade e sacada desse tipo de questão é que você terá que fazer uma terceira reta juntando as informações dessas outras duas. “Nossa parece muito difícil, não vou conseguir” Acalme-se, caro gafanhoto, é simples: (Passe o slide)

Continuação.....

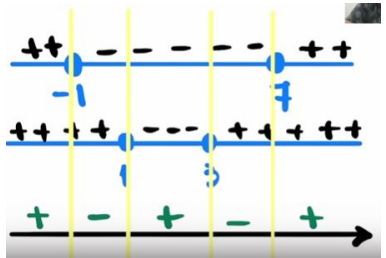
Você traçará a terceira reta, embaixo das outras duas.



Depois, você traçará linhas verticais desde a primeira reta até a terceira passando por cada círculo, meio que dividindo a terceira reta em vários pedaços.



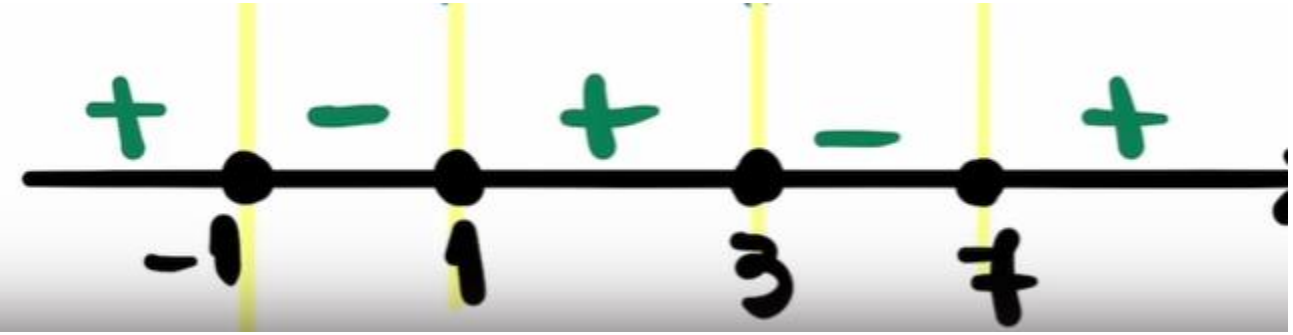
Perceba que cada reta meio que cria divisões em cada reta e isso é muito importante de se notar, pois isso te ajudará a entender qual sinal vai em cada parte da terceira reta. Basta multiplicar os sinais e colocar na respectiva sala da terceira reta. Por exemplo, a primeira sala é + com + que dará +, então esse primeiro quadradinho da reta preta é +. Faça isso em toda terceira reta.



Passe o slide

Continuação pt2

Agora coloque os valores na terceira reta:



Então vamos lembrar a condição “Y tem que ser maior ou igual a 0”. Então, Y será maior ou igual a 0 quando x for menor ou igual a -1 ou maior ou igual que 1 e menor ou igual a 3 ou maior ou igual a 7. A resposta fica:
$S=\{X \in R / x \leq -1 \text{ ou } 1 \leq X \leq 3 \text{ ou } x \geq 7\}$

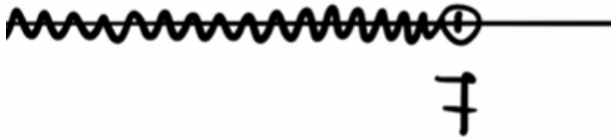
Caso especial: Quando for uma fração por exemplo, siga esse mesmo raciocínio, mas todos os xizes do denominador terão bolinha aberta! Os numeradores seguem a regra já explicada.

Exercícios envolvendo inequações: 5

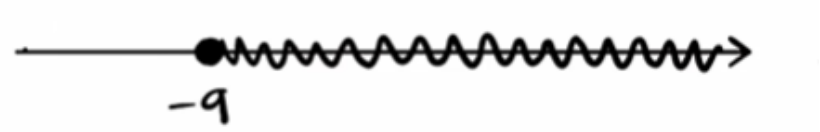
a) $\begin{cases} 7x - 3 < 4x + 18 \\ 5x + 9 \leqslant 7x + 27 \end{cases}$

Diferente da última questão, essas duas equações não têm conexões diretas entre elas, há somente a mesma variável (X). Então o x tem que satisfazer tanto a primeira equação quanto a segunda. Ok, já falamos a teoria, mas e a prática? É simples, basta achar o x na primeira e na segunda equação:

Primeira equação:
$7x-3 < 4x+18$
Esse "<" é como se fosse o "=", ele tem algumas diferenças é verdade, mas funciona como se fosse. Então, é como se fosse uma equação simples, basta isolarmos o x. Vamos passar o 4x e o -3 para o outro lado ficando:
$7x-4x < 18+3$
$3x < 21$ (/3)
$x < 7$
Sua reta:



Segunda equação:
$5x+9 \leq 7x+27$
Mesma coisa, vamos passar o 5x e o +27 para o outro lado da equação ficando:
$-27+9 \leq 7x-5x$
$-18 \leq 2x$
$x \geq -9$
Sua reta:



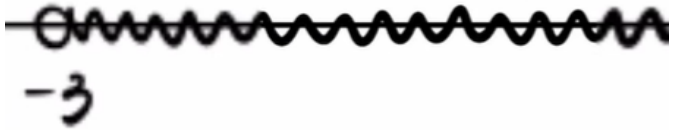
Então, x tem quer ser maior ou igual a -9 e menor que 7. A resposta fica:
$S=\{X \in R / -9 \leq X < 7\}$

Exercícios envolvendo inequações: 6

b) $\begin{cases} 3x^2 - 4x < 12 + 3x^2 \\ -x^2 + 8x - 12 \leqslant 0 \end{cases}$

Iremos fazer a mexxxma coisa que fizemoxx na última quexxxtão. Vamoxx achar o x de cada equação:

Primeira equação:
$3x^2 - 4x < 12 + 3x^2$
Vamos passar todos os números para só um lado, isso nos ajudará muito. Então vamos passar o 12 e o $+3x^2$ para o outro lado. Mas e o que colocaremos nesse lado? Simples, o 0.
$3x^2-4x-12-3x^2 <0$
$-4x-12<0$
Agora passaremos o -12 de volta.
$-4x<12$
Não podemos deixar com que o x fique negativo, então vamos multiplicá-lo por -1, mas há um pequeno grande detalhe: Lembra que eu disse que o "<" era muito parecido com o "=", mas que não era igual? Então, uma das diferenças é que ao multiplicar a equação por -1, a direção da abertura do "<" muda, ele "vira" e se transforma em ">". Então ficará:
$4x > -12$
$x > -3$.
Sua reta:



Segunda equação:
$-x^2 +8x -12 \leq 0$
Vamos colocar aquela teoria explicada acima em prática de novo, iremos multiplicar a equação por -1 e com isso o "≤" vira" ≥", ficando:
$x^2 - 8x +12 \geq 0$

Agora vamos achar o x usando o produto da soma pela diferença:

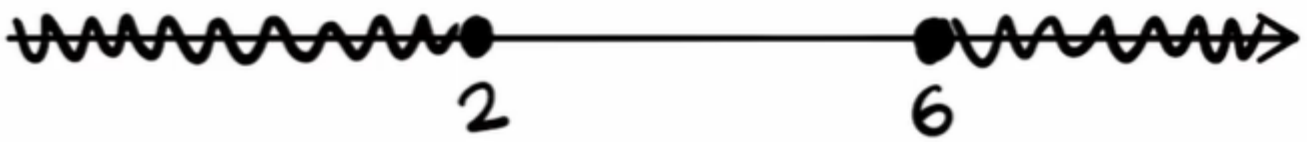
$x^2 - 8x + 12 = 0$

$(x-6)(x-2) = 0$

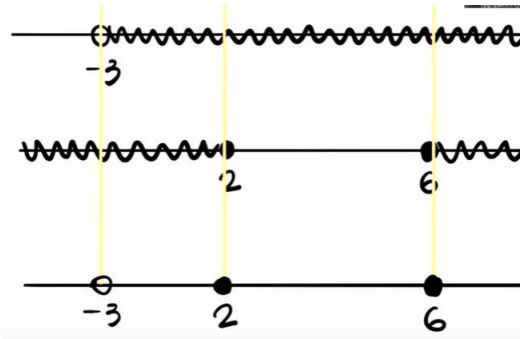
$x1 = 6$

$x2 = 2$

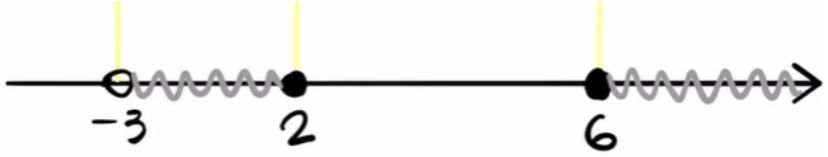
Sua reta:



Vamos montar a terceira reta:



Onde tem dois pontilhados? Entre o -3 e 2 e depois do 6, então nessas regiões o x satisfaz aquelas condições do sistema. A reta ficará então:



Então a resposta ficará:

$S=\{X \in R / -3 < X \leq 2 \text{ ou } x \geq 6\}$

Exercícios envolvendo inequações: 7

a) $-7 < 2x + 5 \leqslant 21$

Quando você perceber que há uma questão como essa e que há x apenas na parte do meio, então você poderá usar um método muito bacaninha. Ó:

$-7 < 2x + 5 \leq 21$

Você precisa isolar o 2x, para isso, você tem que tirar esse +5. Para fazer isso, basta subtrair toda a equação por 5, fica assim ó:

$-7-5 < 2x+5-5 \leq 21-5$

$-12 < 2x \leq 16$

Agora, você precisa isolar o x, então terá que tirar esse "2" do "2x". Para isso, divida toda a equação por 2. Fica mais ou menos assim:

$-12/2 < 2x/2 \leq 16/2$

$-6 < x \leq 8$

"E agora? O que eu faço?? Não sei o que fazer mais! AAAAAAAAAAA"

Calma calma calma, gafanhoto, já acabou. Essa é a resposta.

$S=\{X \in R / -6 < x \leq 8\}$

Exercícios envolvendo inequações: 8

$$4x - 5 \leqslant 6x - 17 < 2x + 15$$

Nesse caso, não dá para usar aquele método bacaninha, já que anularia x. Então, você vai ter que fazer o método chato. Esse método constitui em achar duas equações que se liguem e fazer um sistema. Basicamente, você vai usar essa primeira parte e o resultado será a segunda parte e usará a segunda parte com a terceira parte de resultado. Fica assim ó:

$4x-5 \leq 6x -17$
$6x-17 < 2x+15$

Agora iremos achar o x na primeira e segunda equação.

Primeira equação:
$4x-5 \leq 6x-17$
Vamos isolar x.
$4x-6x \leq -17+5$
$-2x \leq -12$ (-1)
$2x \geq 12$
$x \geq 6$.

Segunda equação:
$6x -17 < 2x +15$
Isolaremos o x
$6x -2x < 17+15$
$4x < 32$
$x < 8$

Então, para x atender a condição das duas equações ele tem que ser maior que 6 e menor que 8. Então a resposta fica:
$S=\{X \in R/\ 6 < x \leq 8\}$

Interseção com os eixos

Determinar onde o gráfico corta o eixo y

Para resolvermos isso, nós precisamos entender que o gráfico corta o eixo y quando x é 0, ou seja, todas as respostas para essa pergunta resultam em (0,y). A próxima consideração que devemos ter é a de que, se x=0, então ax^2 e bx se anulam, sendo assim c será a resposta.

Exemplos:

$f(x) = 6x^2-7x+3$
$f(0) = 6.0-7.0+3$
$y= 3$

Resposta: (0,3)

Determine onde o gráfico corta o eixo x

Assim como fizemos para achar o y, vamos fazer que y = 0. Sendo assim, a fórmula fica: $ax^2-bx+c = 0$

Exemplo

$x^2-3x-18 = 0$

Podemos resolver esse exemplo pela soma e produto:

$(x+3)(x-6) = 0$

$x = -3$ ou $x = 6$

Resposta: (-3,0) e (6,0)

E quando não pudermops resolver pela soma e produto, resolvemos com báskara, que já foi ensinado aqui

Forma Fatorada (duas raízes e um ponto)

Como é a Forma Fatorada?

A fórmula é: $f(x) = a(x-x^1)(x-x^2)$

Lembrando que esses ^{1} e ^{2} significam as raízes, e não o expoente de x.

E como eu resolvo?

Vamos a um exemplo:

$x^1 = 3$, $x^2 = 6$, P (4, 6)

A fórmula será:

$6 = a(4-3)(4-6)$
$6 = a(1)(-2)$
$6 = -2a$
$a = -3$

Agora, vamos reescrever essa função:

$f(x) = -3(x-3)(x-6)$

Multiplicamos o a pelos dois x (ax^2), multiplicamos o x^1 com o x e x^2 (bx) e multiplicamos as raízes (c)

$f(x) = -3x^2+9x+18$

Agora a função está do jeito que conhecemos :)

Forma Canônica (Dados o vértice e um ponto)

Como é a Forma Canônica?

$f(x) = a(x-xv^2)+yv$

E como eu resolvo?

Primeiramente, nós precisaremos achar o a, pois o x, o y e o x e y do vértice já estão no enunciado.

Exemplo (foi usado em aula):

xv yv x y

V(1,-5) e P (0,-4)

$-4 = a(0-1)^2-5$

$-4 = a - 5$

$a= 1$

Agora vamos transformá-la em sua forma mais comum

$A = x^2 (1x^2)$

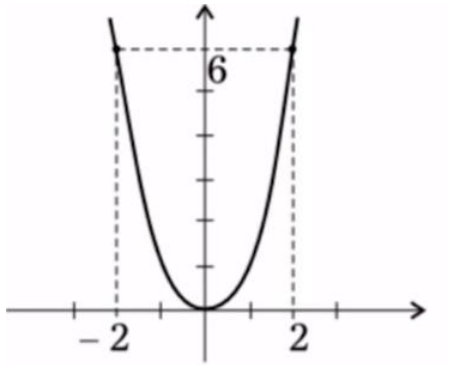
$B = 2x (x^2)$

$C = -4 (-1^2-5)$

A função fica:

$f(x) = x^2+2x-4$

Forma canônica num gráfico



- Bom, repare que o vértice nesse caso é V(0,0). Então, vamos pegar um ponto para fazer a função, nesse caso o P(2,6).
- Vamos lá:
- $6 = a(2-0)^2+0$
- $6 = 4a$
- $a = \frac{3}{2}$
- Se nós fizermos a função, dará que $f(x) = \frac{3}{2}$

Equação da função: dados três pontos distintos

Nesse caso, nós usamos a forma geral

Essa é meio grandinha, mas é só ficar atento ao sistema

Bom, primeiro começamos fazendo as substituições com os três pontos

Vamos usar o exemplo abaixo:

Pontos (-2,6) (2,-6) (3,-4)

$4a - 2b + c = 6$

$4a + 2b + c = -6$

$9a + 3b + c = -4$

Agora, vamos montar um sistema:
Vamos pelo método do cancelamento. Primeiro, podemos multiplicar a primeira função por -1 e somamos com a de baixo.

-4a+2b-c = -6
+4a+2b+c = -6
9a+3b+c = -6
Assim, o -c e o c se cancelam e o -4a e o 4a se cancelam.
Somamos 2b+2b=-6-6
4b=-12
b=3

Agora, vamos substituir b nas duas últimas funções

4a-6+c=-6 = 4a+c =0
9a-9+c= -4 = 9a+c = 5

Vamos repetir o processo, vamos multiplicar a primeira função por -1 e somamos com a de baixo.

-4-c=0
9a+c=5
Assim, o -c e o c se cancelam
Somamos -4a+9a=5a
5a=5
a=1
Agora, pegamos qualquer função do sistema e substituímos

Por exemplo:

4+c=0

c= -4-0
c= -4

Agora sabemos todos os termos, então a função fica:

$f(x) = x^2-3x-4$

Grandezas

Sumário

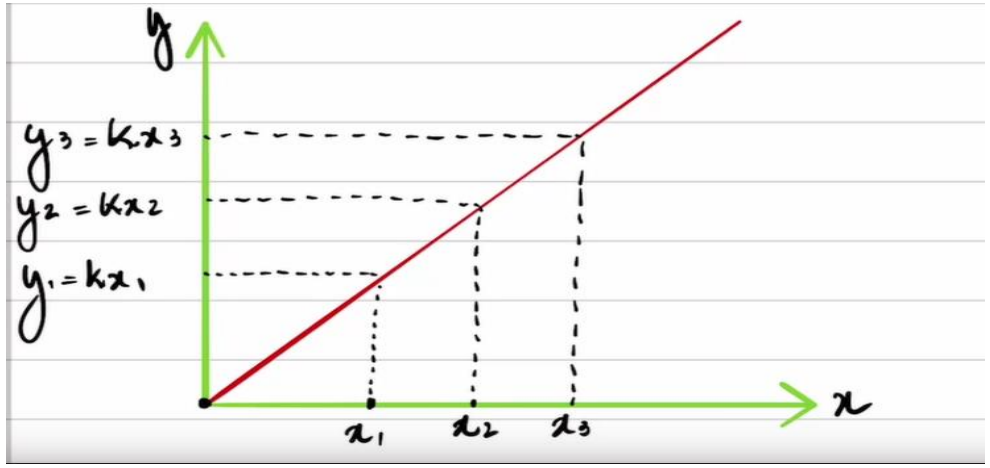
Grandeza é tudo que pode ser medido. A regra de 3 é um exemplo de conta onde usa-se as grandezas.

Grandezas diretamente proporcionais: Dizemos que X e Y são grandezas proporcionais se ao dividirmos Y por X obtermos um único número sempre (Y/X = K, onde K é o valor constante e diferente de 0). Uma característica das grandezas diretamente proporcionais é que quando X aumenta Y também aumenta a mesma quantidade ou se quando X diminuir Y também diminuirá a mesma quantidade. Por exemplo:

X	2	4	6	8
Y	4	8	12	16

Ao dividirmos X/Y sempre obteremos 2 como resultado e quando X aumenta, Y também aumenta. Portanto X e Y são diretamente proporcionais.

Representação gráfica



Taxa de variação

A taxa de variação de Y em relação a X é, simplesmente, a constante obtida pela divisão de Y por X, ou seja, a taxa de variação é K. Outra forma de achar a taxa de variação, e talvez a mais usada, é por meio da subtração como por exemplo:

X1 = 2	X2 = 4
Y1= 4	Y1 = 8

Com esses dois valores, você faz a subtração Y2=Y1/X2-X1 = 2.

A taxa de variação também será o número que acompanha o X quando Y e X forem grandezas proporcionais.

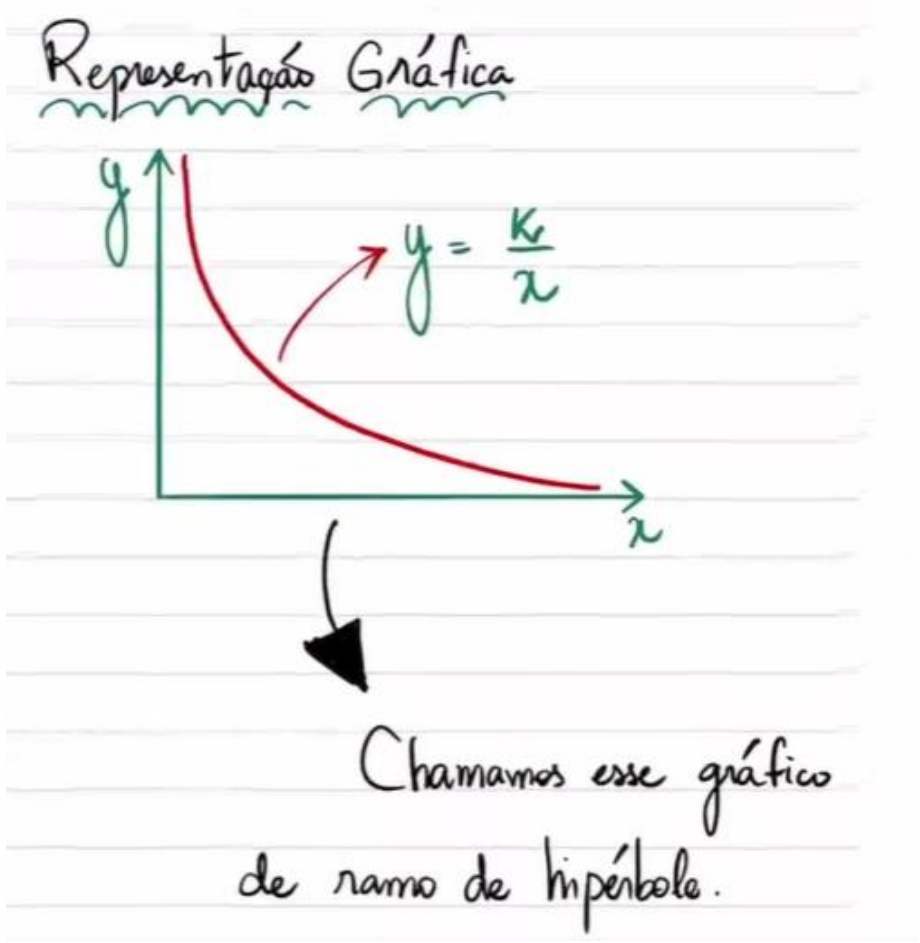
Exemplo: Y= 3 + 2X

X2-X1= 1

Y2-Y1= 2

2/1 = 2 (Mesmo número que acompanha X).

X1= 1	X2 = 2
Y1= 5	Y2= 7



Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando X.Y= K, ou seja, o produto de X e Y sempre será uma constante. Uma característica das grandezas inversamente proporcionais é que quando X aumenta Y diminui e vice versa. Exemplo:

Nesse caso, ao multiplicarmos X por Y sempre obteremos 36.

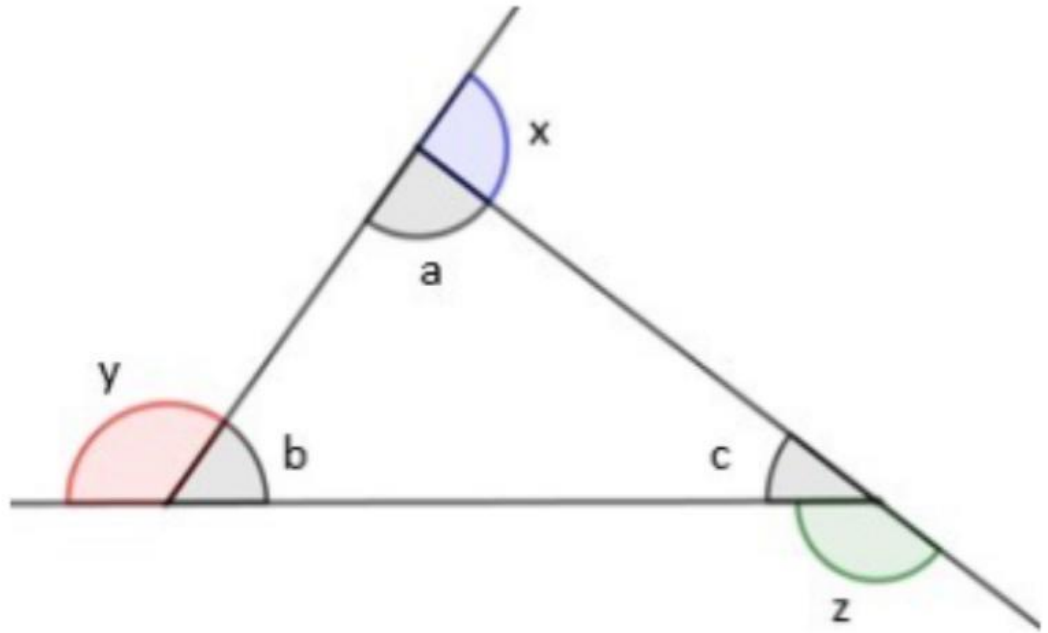
Para achar o valor de Y (ou F(X)), basta dividir K por X e se quiser achar o valor de X, basta dividir X por Y.

X	2	3	4	6
Y	18	12	9	6

Triângulos

- A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus.

2) Ângulo externos:



b+c=X

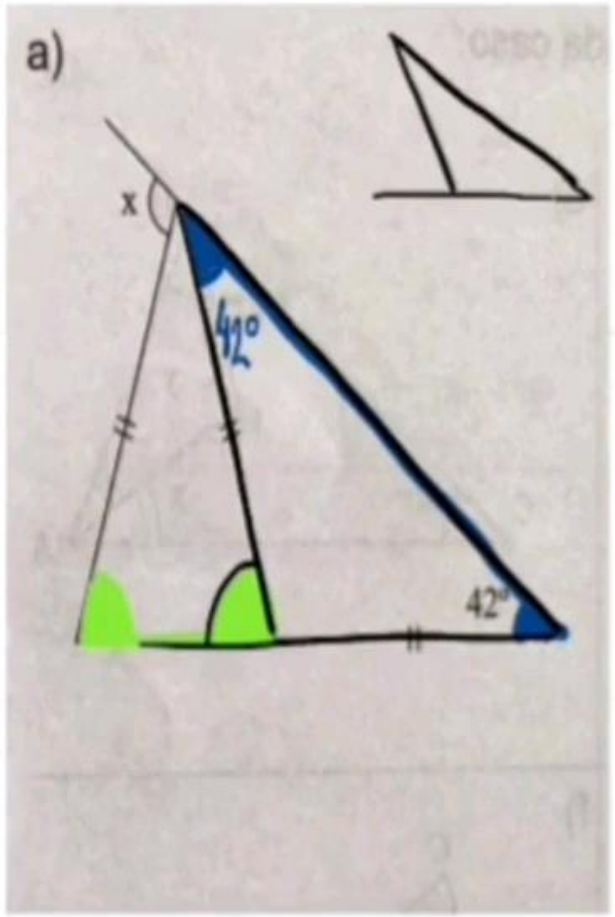
a+c=Y

a+b=Z

A soma dos ângulos externos de um triângulo resultará em 360 graus

Exemplo

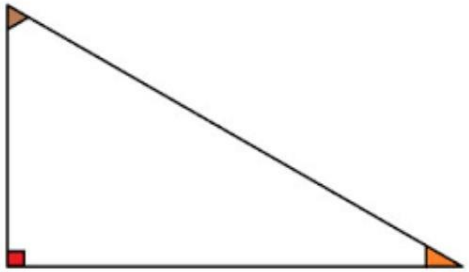
Ex 146



Classificação de um triângulo

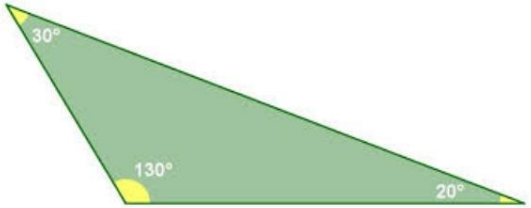
- 1) Em relação às medidas de seus ângulos

Triângulo Retângulo



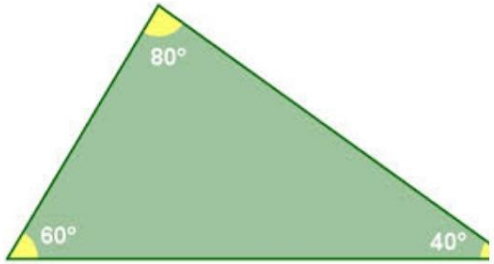
É todo triângulo que tem um ângulo reto (90).

Triângulo Obtusângulo



É todo triângulo que tem um ângulo obtuso (entre 90 e 180).

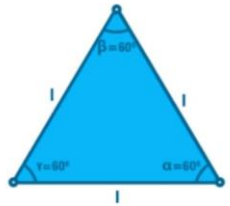
Triângulo Acutângulo



É todo triângulo que tem os três ângulos agudos (entre 0 e 90).

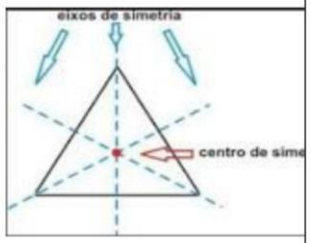
- 2) Em relação às medidas de seus lados.

Triângulo
Equilátero

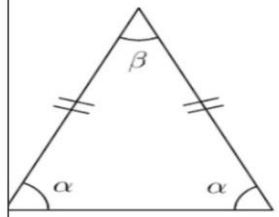


É todo triângulo que tem os três lados congruentes.

Número de eixos de simetria: 3.



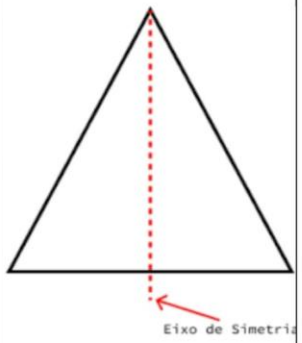
Triângulo
Isósceles

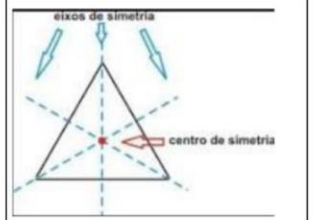


base

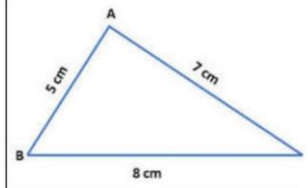
É todo triângulo que tem pelo menos dois lados congruentes.

Número de eixos de Simetria: 3 ou 1





Triângulo
Escaleno

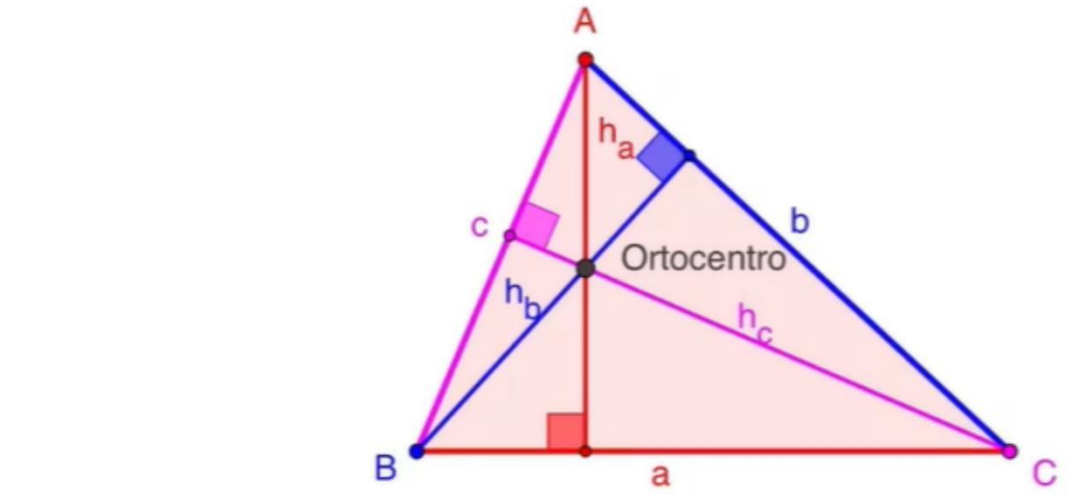


É todo triângulo que tem os três lados de medidas diferentes entre si.

Número de eixos de simetria: 0.

Segmentos Notáveis de um triângulo

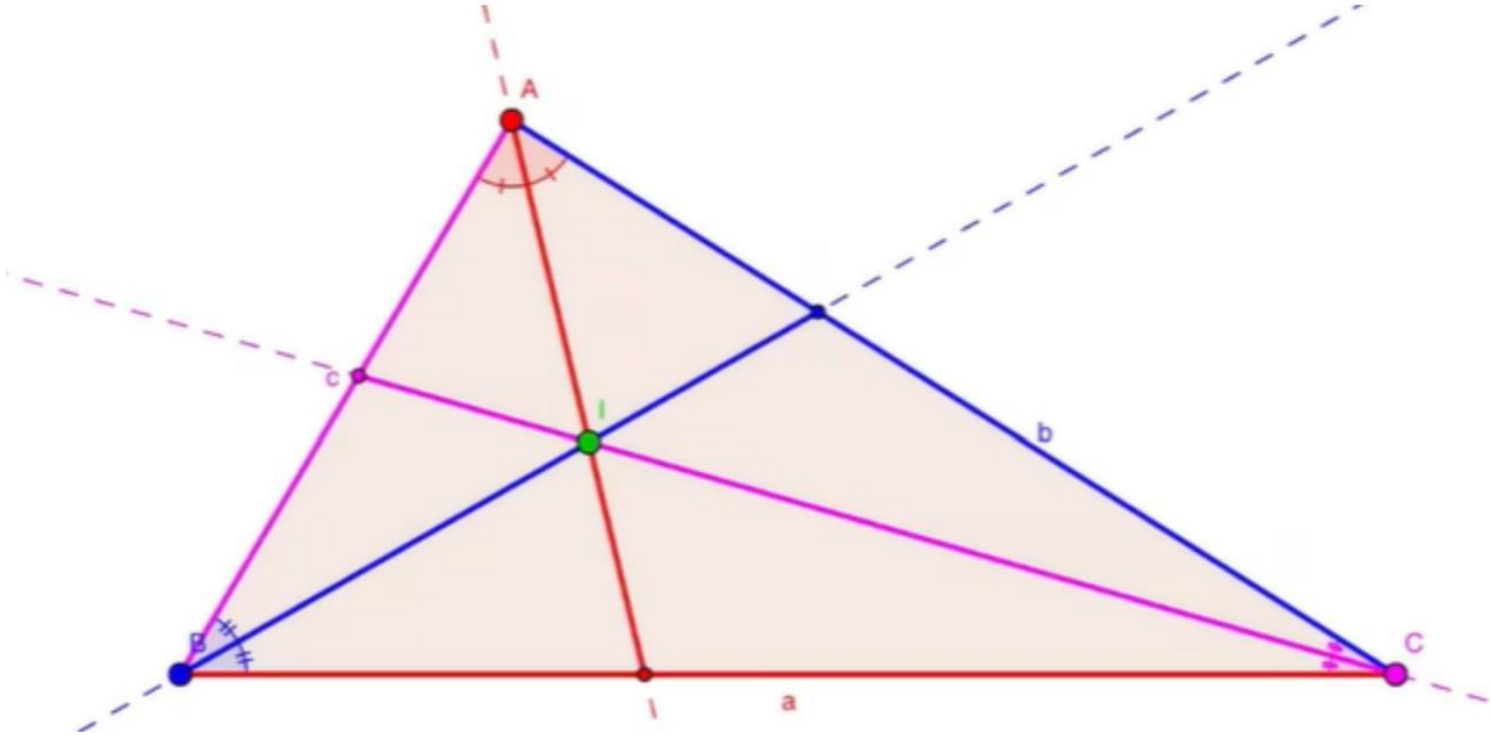
- Todo o triângulo terá uma altura relativa à cada lado/vértice/ângulo, ou seja, terá 3 alturas ao total.



Altura relativa ao lado BC/vértice A = Segmento que sai do vértice A e vai até o lado oposto (Lado BC), formando 90 graus.
Altura relativa ao lado AC/vértice B = Segmento que sai do vértice B e vai até o lado oposto (Lado AC), formando 90 graus.
Altura relativa ao lado AB/vértice C = Segmento que sai do vértice C e vai até o lado oposto (Lado AB), formando 90 graus.
O encontro dessas 3 alturas chama-se: Ortocentro. O Ortocentro só estará no interior do triângulo, quando o mesmo for acutângulo. Caso seja de outro tipo, o Ortocentro se encontrará fora do triângulo

Bissetriz

Todo triângulo terá uma bissetriz relativa a cada ângulo, ou seja, terá 3 bisstrizes



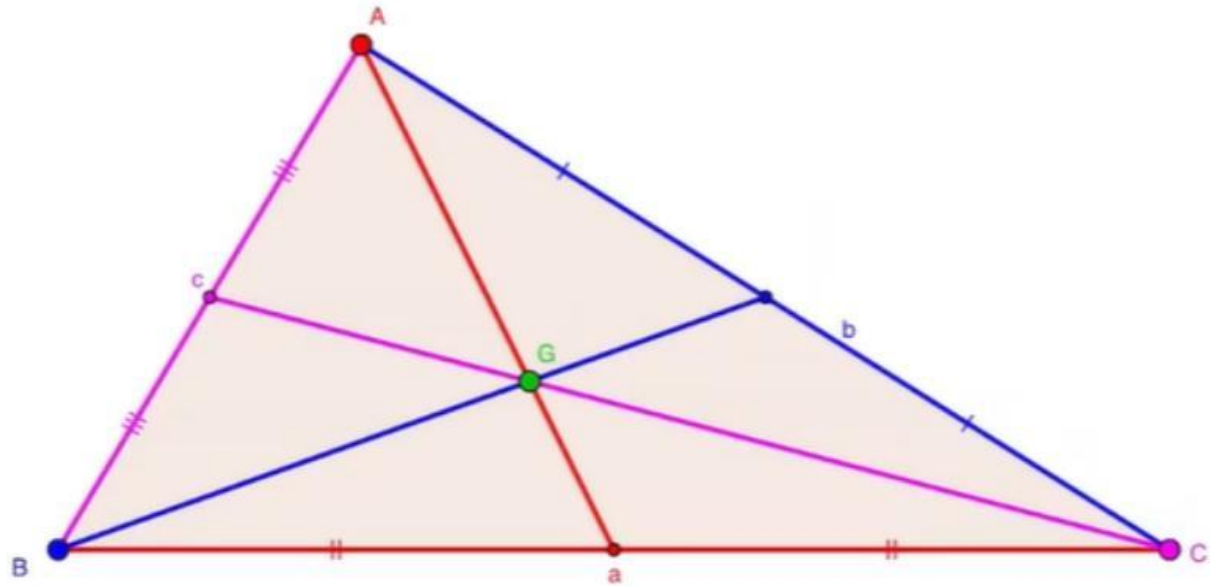
Bissetriz relativa ao lado BC/vértice A = Segmento que sai do ângulo A, dividindo-o em dois ângulos iguais e vai até o lado oposto (Lado BC).

Bissetriz relativa ao lado AC/vértice B = Segmento que sai do ângulo B, dividindo-o em dois ângulos iguais e vai até o lado oposto (Lado AC).

Bissetriz relativa ao lado AB/vértice C = Segmento que sai do ângulo C, dividindo-o em dois ângulos iguais e vai até o lado oposto (Lado AB).

O encontro dessas 3 alturas chama-se: Incentro. O Incentro sempre estará no interior do triângulo, não importando o tipo.

Mediana

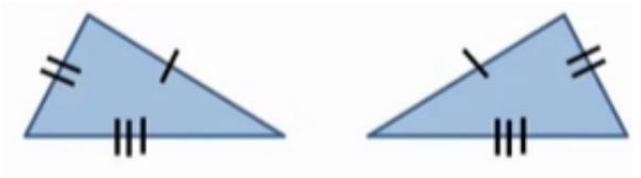


Mediana relativa ao lado BC/vértice A = Segmento que sai do ângulo A e vai até o lado oposto (Lado BC), dividindo esse lado em duas partes iguais.
Mediana relativa ao lado AC/vértice B = Segmento que sai do ângulo B e vai até o lado oposto (Lado AC), dividindo esse lado em duas partes iguais..
Mediana relativa ao lado AB/vértice C = Segmento que sai do ângulo C e vai até o lado oposto (Lado AB), dividindo esse lado em duas partes iguais..
O encontro dessas 3 alturas chama-se: Baricentro. O Baricentro sempre estará no interior do triângulo, não importando o tipo.

Congruência de triângulos

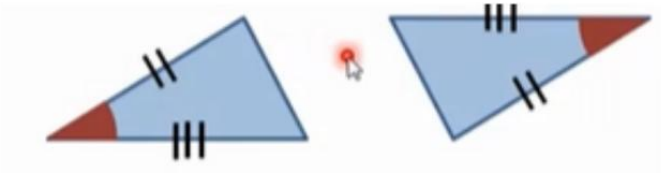
- Um triângulo será congruente, quando todos os lados e medidas de um, forem iguais a todos os lados e medidas do outro. Porém não precisamos de todas essas informações para afirmar que dois triângulos são congruentes, por isso temos os casos de congruência, que são:

Caso LLL (Lado, Lado, Lado)



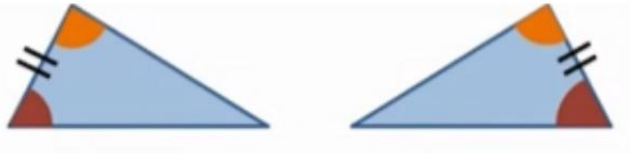
Nesse caso, todos os 3 lados de um triângulo, são iguais aos 3 lados do outro triângulo.

Caso LAL (Lado, Ângulo, Lado)



Nesse caso, temos dois lados e um ângulo congruente. Observe, porém, que o ângulo estará entre os dois lados conhecidos.

Caso ALA (Ângulo, Lado, Ângulo)

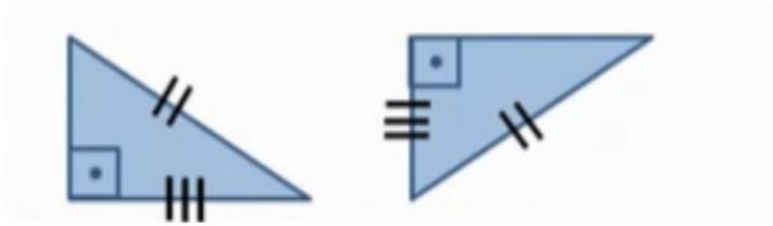


Nesse caso, temos dois ângulos e um lado congruente. Observe, porém, que o lado conhecido estará entre os dois ângulos conhecidos.

Caso LAAo (Lado, ângulo, ângulo oposto ao lado conhecido)

Nesse caso, temos um lado e dois ângulos congruentes. Porém, para ser considerado Caso LAAo um desses ângulos conhecidos, tem que ser oposto ao lado conhecido como na imagem.

Caso Cateto - Hipotenusa (Cat-Hip)



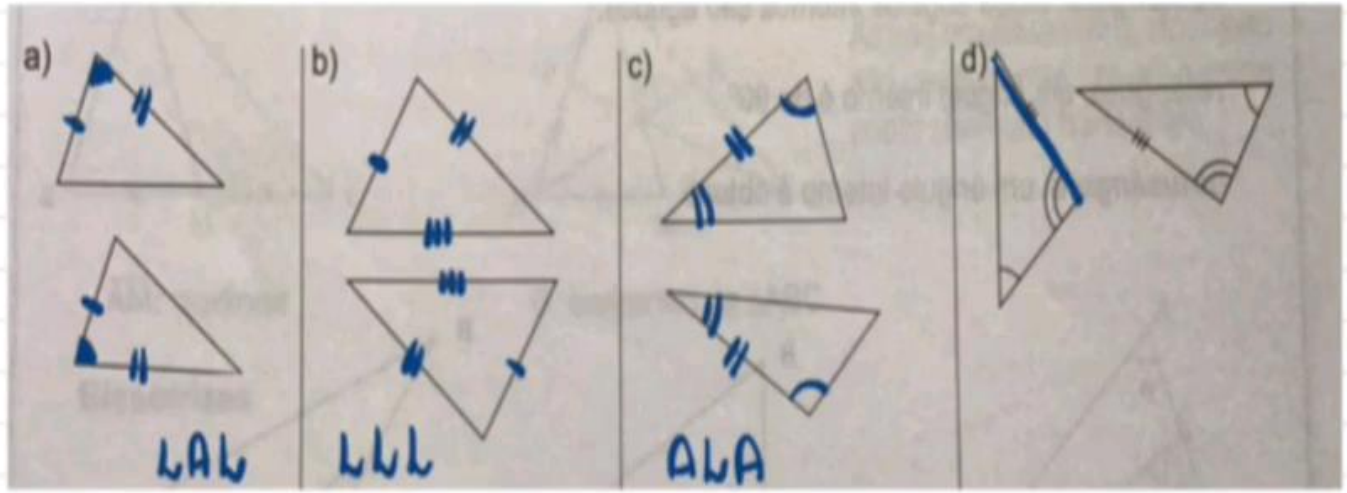
Esse caso só pode ser encontrado em triângulos retângulos. Nesse caso, os catetos (lados que formam o ângulo de 90 graus) e a Hipotenusa (Lado maior e que não é cateto) devem ser iguais aos catetos e hipotenusas do outro triângulo como na imagem acima.

OBS: Só se pode dizer que dois triângulos são congruentes se um desses 5 casos se encaixar na situação. Caso não aconteça, não dá para afirmar que são congruentes.

Exemplo

144 Nos triângulos abaixo, os ângulos com marcas iguais têm mesma medida e o mesmo vale para os lados. Responda em cada item se os triângulos são congruentes ou não. Em caso afirmativo, escrever qual o caso de congruência.

Vol 2.



Sim, são congruentes pelo caso LAL

LLL
LAL
ALA
LAA₀

Produtos Notáveis

Produtos notáveis

Produto da soma pela diferença

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Nesse caso, temos a soma de dois termos vezes a diferença de dois termos. Para resolver, basta elevar o primeiro e o segundo termo ao quadrado. O sinal será de menos (-).

Quadrado da Soma

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Nesse caso temos o quadrado da soma de dois termos. Para resolver, basta elevar o primeiro e o segundo termo ao quadrado (sempre positivos). Multiplique os dois termos e em seguida dobre o resultado.

Quadrado da diferença

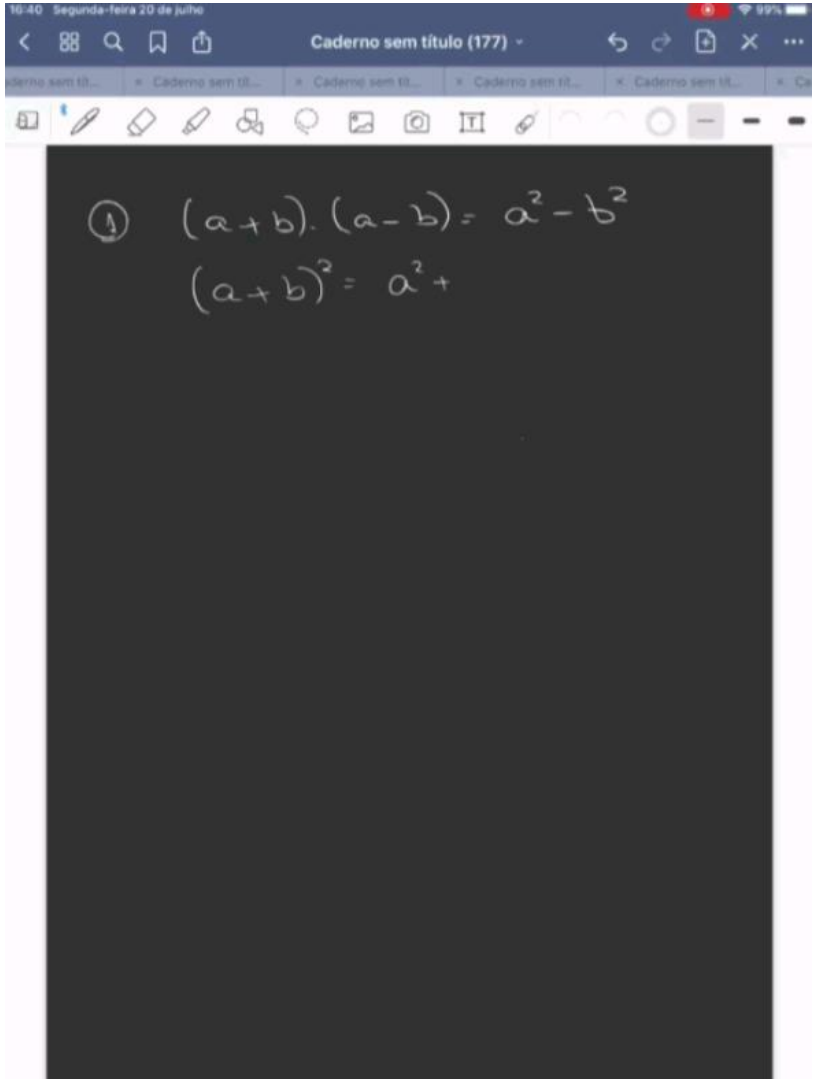
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Nesse caso temos o quadrado da diferença de dois termos. Para resolver, basta elevar o primeiro e o segundo termo ao quadrado (sempre positivos). Multiplique os dois termos e em seguida dobre o resultado.

Produto do tipo (X+A) (X+B)

$$(x+a)\cdot(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Nesse caso, temos um fator igual nas duas parcelas (X) e 2 fatores diferentes (A e B). Para resolver, o fator igual (Nesse caso o ´´X´´) Será elevado ao quadrado. Depois coloque a soma dos dois fatores diferentes (No caso A e B) vezes X(O fator que se repete), ou simplesmente coloque o X ao lado dessa soma. Por fim multiplique os dois fatores diferentes.


10:40 Segunda-feira 20 de julho
Caderno sem título (177)
① $(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$
$(a+b)^2 = a^2 +$

Fatoração

Fator comum em evidência

$$ax + bx = x(a + b)$$

Nesse caso temos um fator comum em ambos os termos: X. Para fatorar, coloque este fator em evidência. Depois multiplique-o por fatores de modo que o resultado seja AX + BX.

Diferença de quadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Nesse caso, temos a diferença entre dois quadrados. Este caso é o resultado do produto notável ´´Produto da soma pela diferença´´. Nesse caso, você deve encontrar as raízes quadradas desses fatores. Em relação ao A ao quadrado, a raiz dele será A. Já B ao quadrado será B. Sabendo disso, basta colocar a resposta desta maneira (A+B).(A-B). Para saber se está certo, realize essa multiplicação se você chegar a A ao quadrado - B ao quadrado, estará certo.

Trinômio Quadrado Perfeito.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Nesse caso temos três monômios. Esse caso, é o resultado do produto notável ´´Quadrado da Soma´´ e ´´Quadrado da Diferença´´. Para resolvê-lo, ache a raiz quadrada do primeiro e do último fator (A e B respectivamente). Para saber qual sinal usar (+ ou -), basta olhar para o termo do meio (o dobro da multiplicação desses fatores), se esse termo estiver somando, você usará o ´´+´´, caso esteja subtraindo usará o ´´-´´. Agora junte essas informações e eleve ao quadrado. O resultado deve ficar assim (A+B) ao quadrado Ou (A-B) ao quadrado.

Trinômio do tipo X ao quadrado +SX + P

$$x^2 + \underbrace{(a+b)}_{S}x + \underbrace{ab}_{P} = (x+a)\cdot(x+b)$$

Nesse caso temos, um trinômio onde um dos termos é resultado da elevação de um número ao quadrado, outro é resultante da soma dos dois fatores seguido do X e outro é resultante da multiplicação dos dois fatores. Esse caso é resultante do produto notável ´´Produto do tipo (X+A) (X+B). Para resolver esse termo você tem que primeiramente achar a raíz do do termo que está sendo elevado ao quadrado (Nesse caso X). Depois você terá que pensar a seguinte pergunta: Quais números que ao somar dá, por exemplo, (A+B)x e que ao multiplicar dá, por exemplo, AB (nesse caso será A e B). Em seguida você irá colocar a raíz que você achou (X) em cada parêntese e depois colocará completará os parênteses com os fatores da pergunta anterior (A e B) Resultando em (X+A) (X+B).

09:00 Terça-feira 21 de julho

77%

Caderno sem título (179)

① Fator comum em evidência

$ax + ay = a(x+y)$

② Diferença de dois quadrados

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

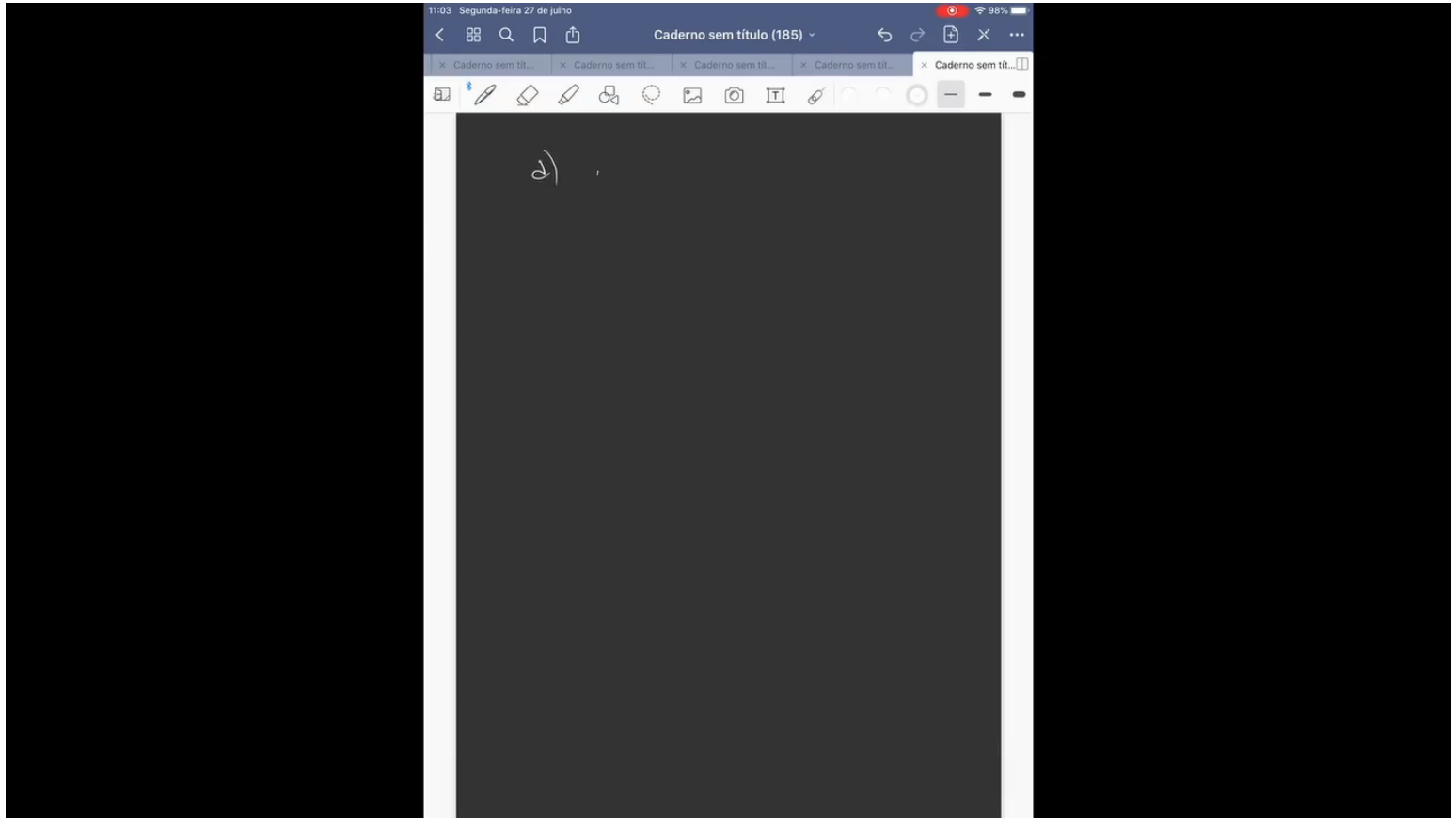
③ Trinômio quadrado perfeito

$a^2 + 2ab + b^2 =$

$a^2 - 2ab + b^2 =$

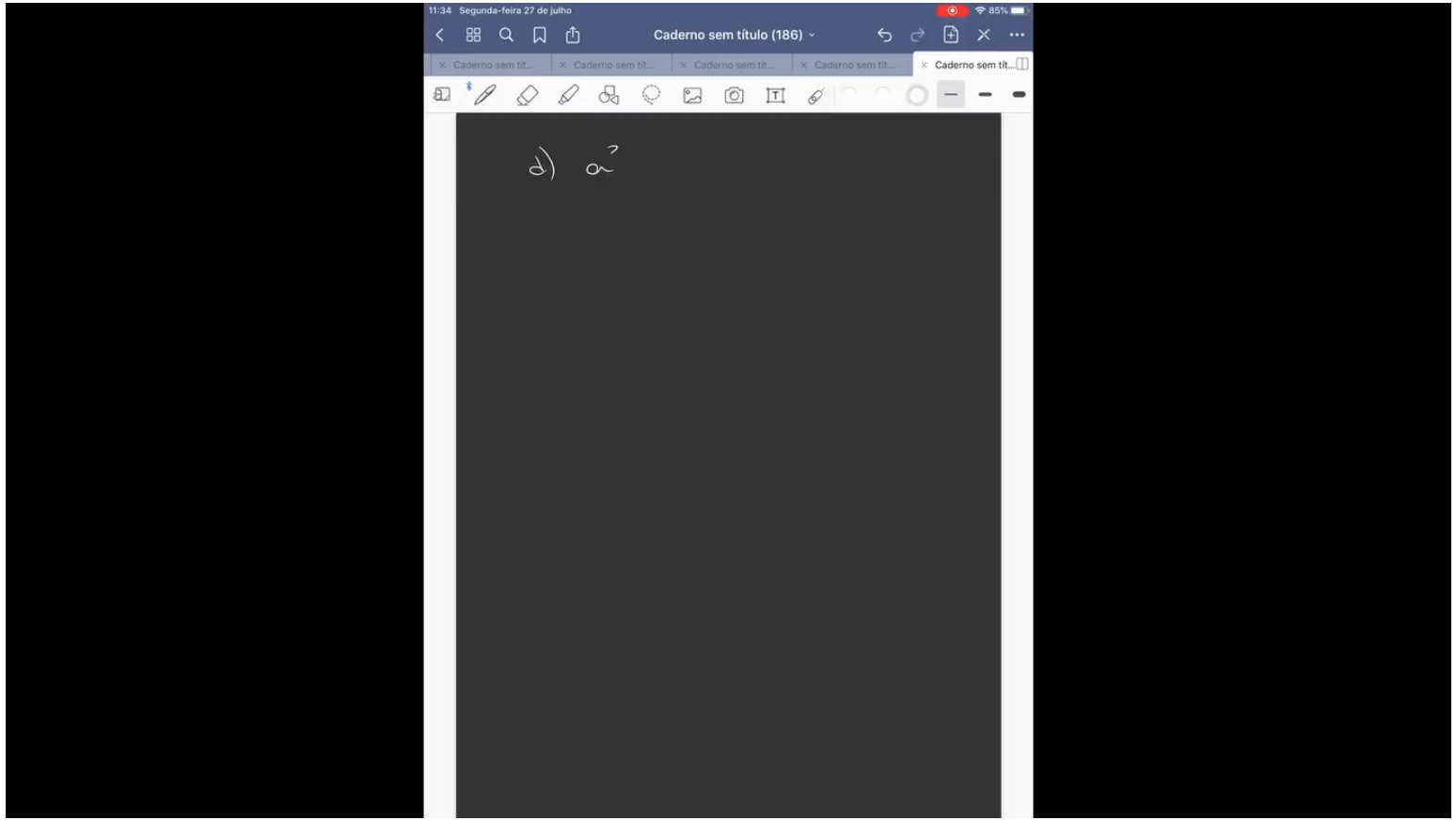
Multiplicação de fração

Exemplo



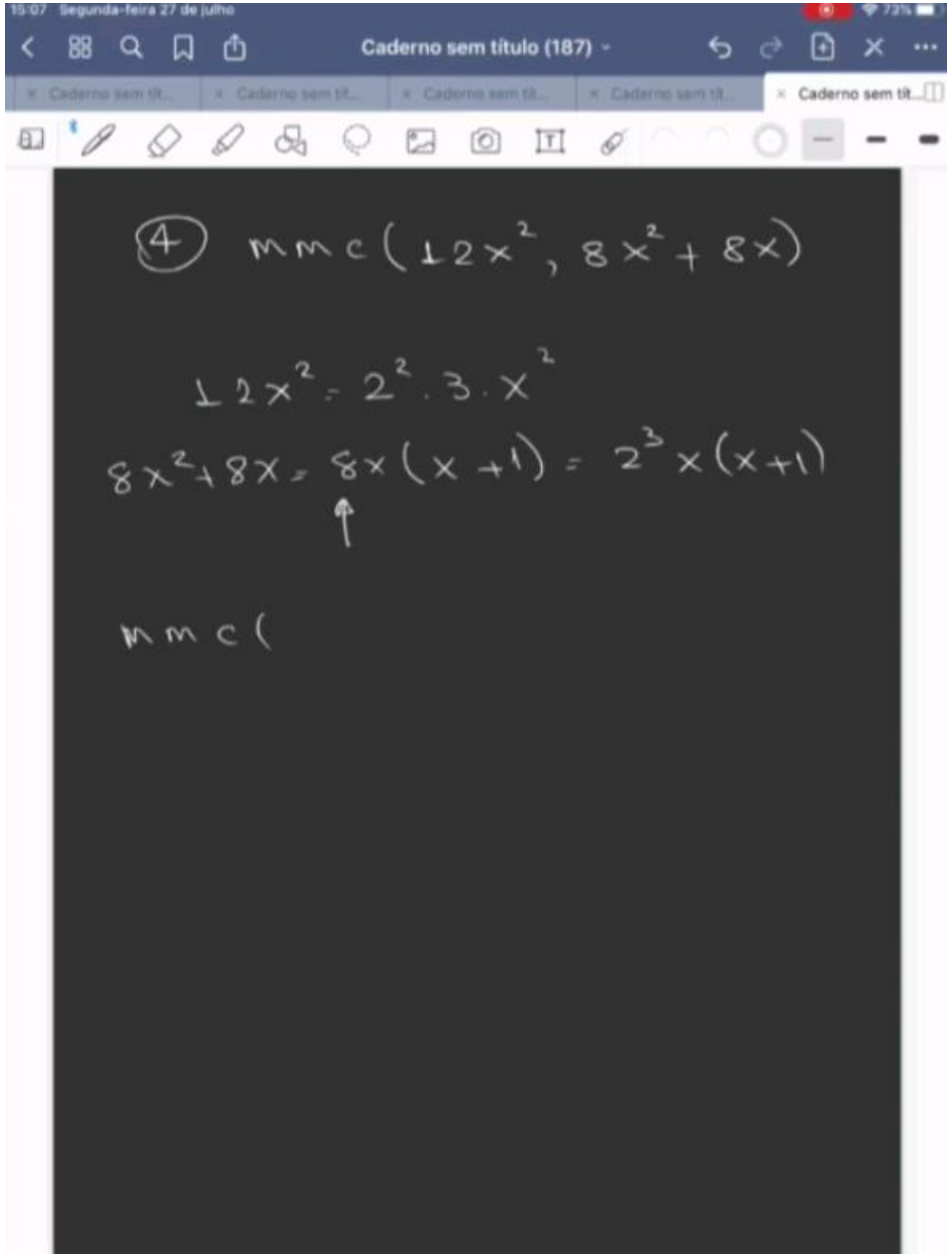
Divisão de fração

Exemplo



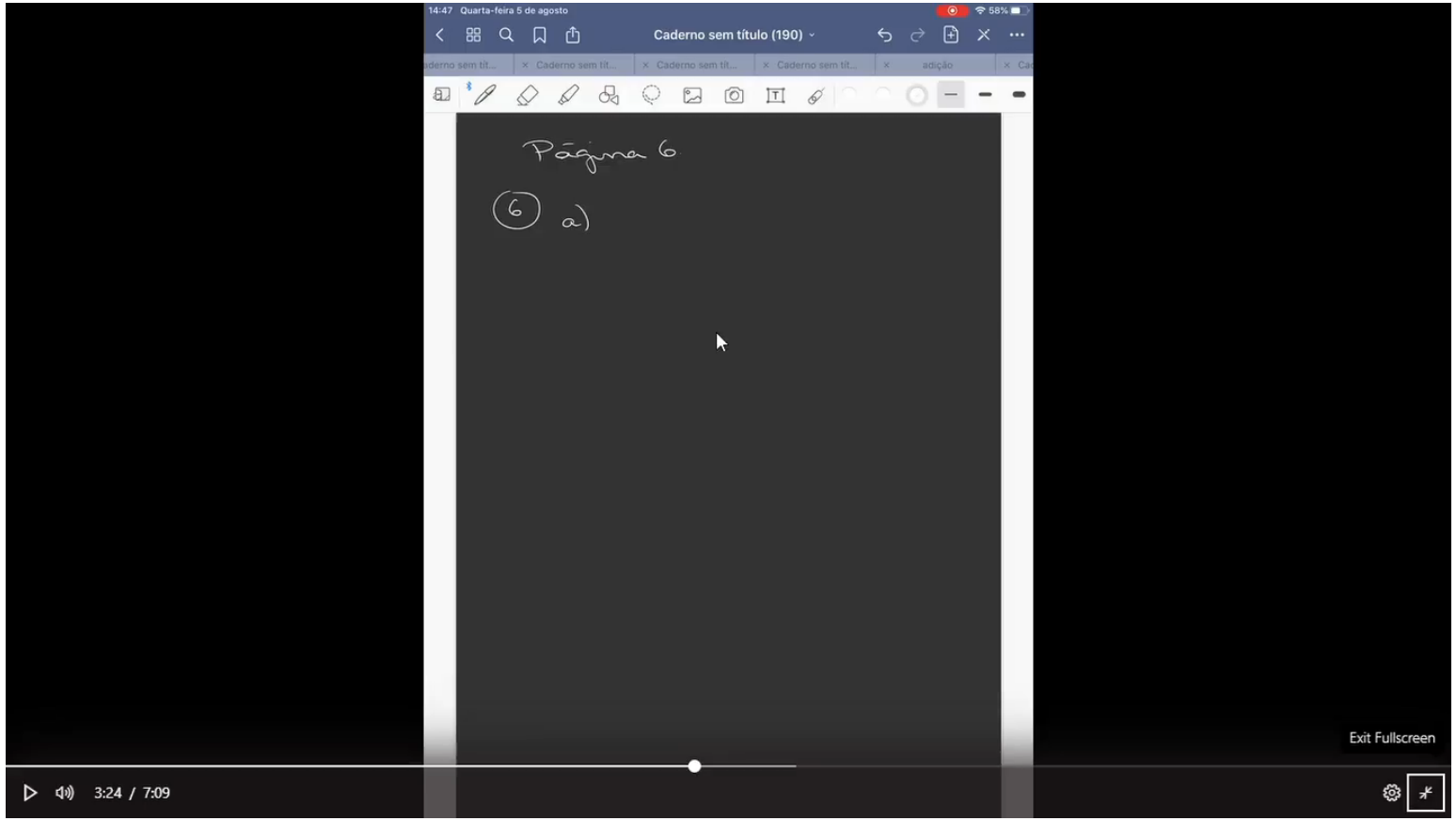
MMC

- Mínimo Múltiplo Comum (MMC)
- Para calcular o MMC, basta fatorar os fatores e depois pegar uma vez cada um, porém com maior expoente. Você deve pegar números e letras seguindo essa mesma regra.



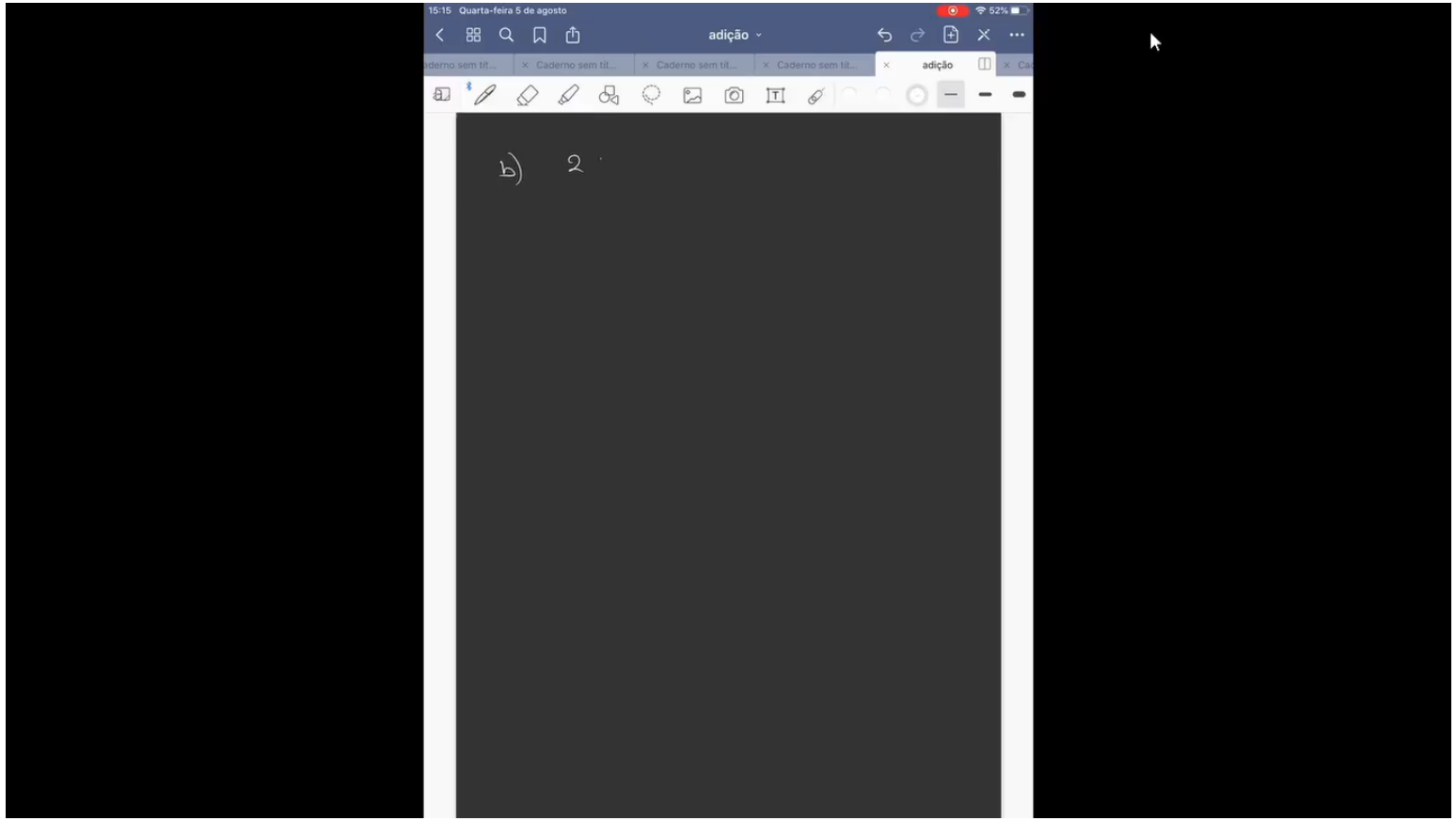
Adição de fração (denominador igual)

Exemplo



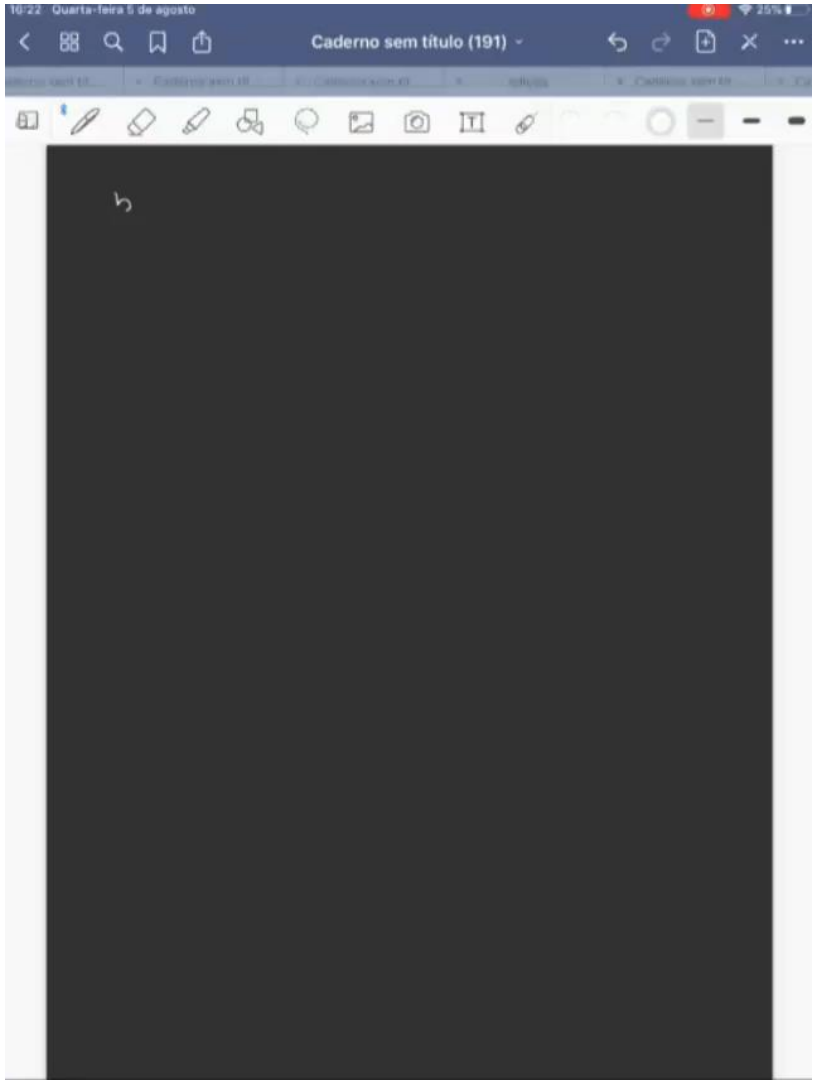
Adição de fração (denominador diferente)

Exemplo



Equações Fracionárias

Exemplo

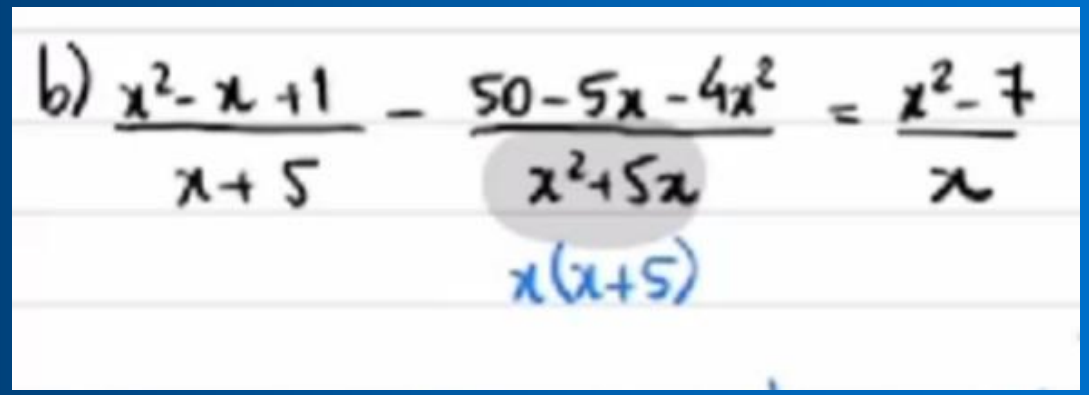


Equações Fracionárias

Equações Fracionárias são equações com frações. O primeiro passo para resolvê-las é, sempre que possível, fatorar o denominador.

Termo importante: Domínio de validade (ou condição de existência). Basicamente, esse termo estabelece uma condição para que o resultado não seja zero, já que não existe divisão por zero. Ao longo do exemplo fica mais claro como usamos isso.

Exercícios
Equações Fracionárias



Começando com fatoração, podemos fatorar o denominador x^2+5x, colocando x em evidência

$x(x+5)$

Agora vamos achar o MMC. Pegamos x+5 e x, o que dá x(x+5). Como já temos esse valor no denominador do meio, esse é o MMC.

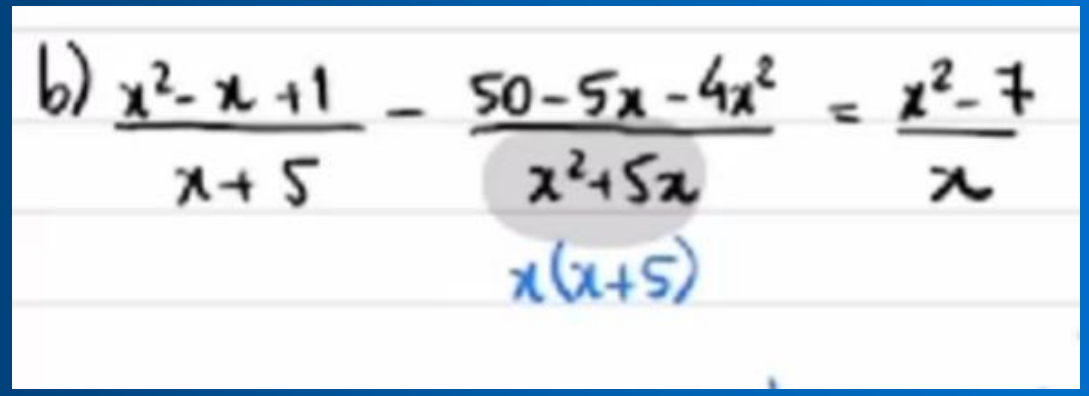
Agora, montamos o Domínio de validade.

x+5 não pode ser 0
x não pode ser -5

x não pode ser 0

D = {0;5}

Exercícios
Equações Fracionárias



Começando com fatoração, podemos fatorar o denominador x^2+5x, colocando x em evidência

x(x+5)

Agora vamos achar o MMC. Pegamos x+5 e x, o que dá x(x+5). Como já temos esse valor no denominador do meio, esse é o MMC.

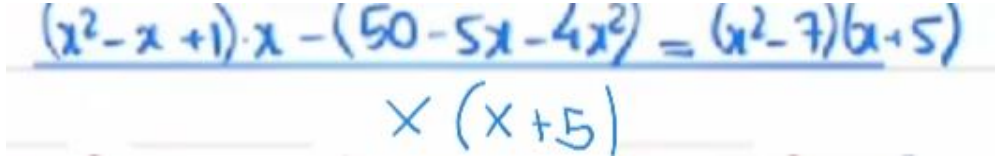
Agora, montamos o Domínio de validade.

x+5 não pode ser 0
x não pode ser -5

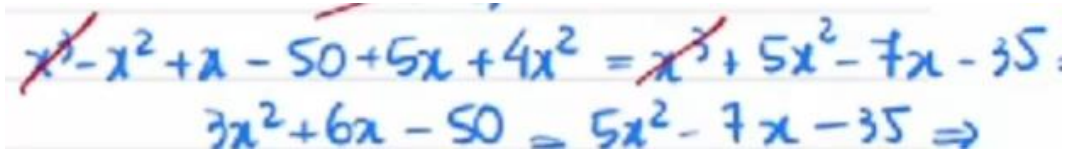
x não pode ser 0

D = {0;5}

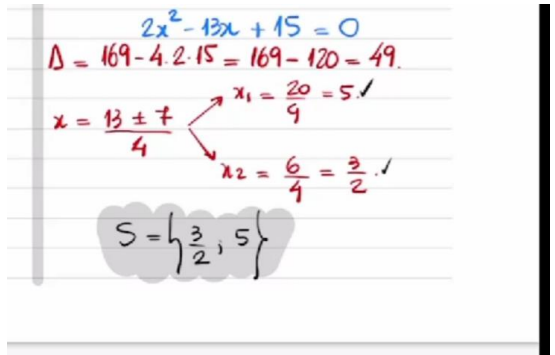
Montamos a fração agora. Usando como denominador o mmc. Como em qualquer operação de adição ou subtração de fração, dividimos o mmc pelo denominador e multiplicamos pelo numerador de cada fração, ficando assim:



Agora, cancelamos o denominador e fazemos as operações com os termos semelhantes:



Agora, a equação fracionária virou uma equação do segundo grau. Sendo assim, resolvemos essa equação:



Exercícios
Equações Fracionárias

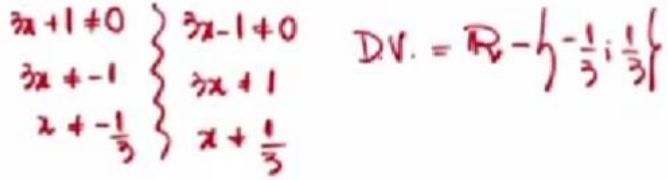
a) $\frac{2x-1}{3x+1} + \frac{x-3}{1-3x} = \frac{2+10x-3x^2}{9x^2-1}$

Neste exercício, iremos fazer algo um pouco diferente. Repare que o 1-3x é o contrário do 3x+1. Para fatorarmos isso, vamos alterar o sinal da fração de positivo para negativo, e com isso podemos inverter os termos, dando 3x-1.

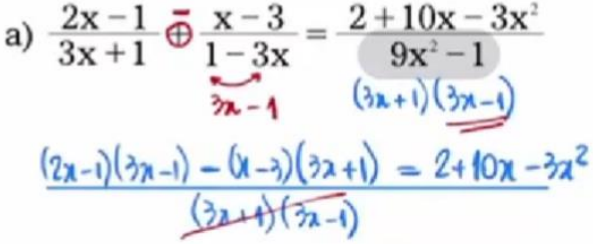
Feito isso, vamos fazer o mesmo processo que o anterior.

Achamos o mmc (3x+1)(3x-1)

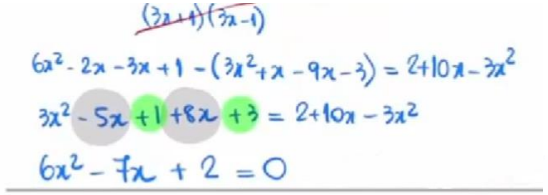
Montamos o Domínio de validade.



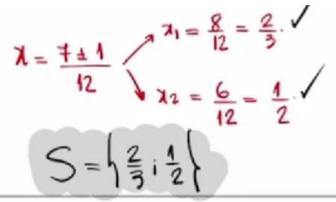
Montamos a fração usando como denominador o mmc e dividimos o mmc pelo denominador e multiplicamos pelo numerador de cada fração.

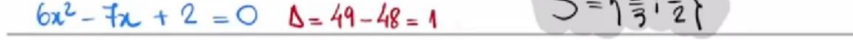


Cancelamos o denominador e fazemos as operações com os termos semelhantes.

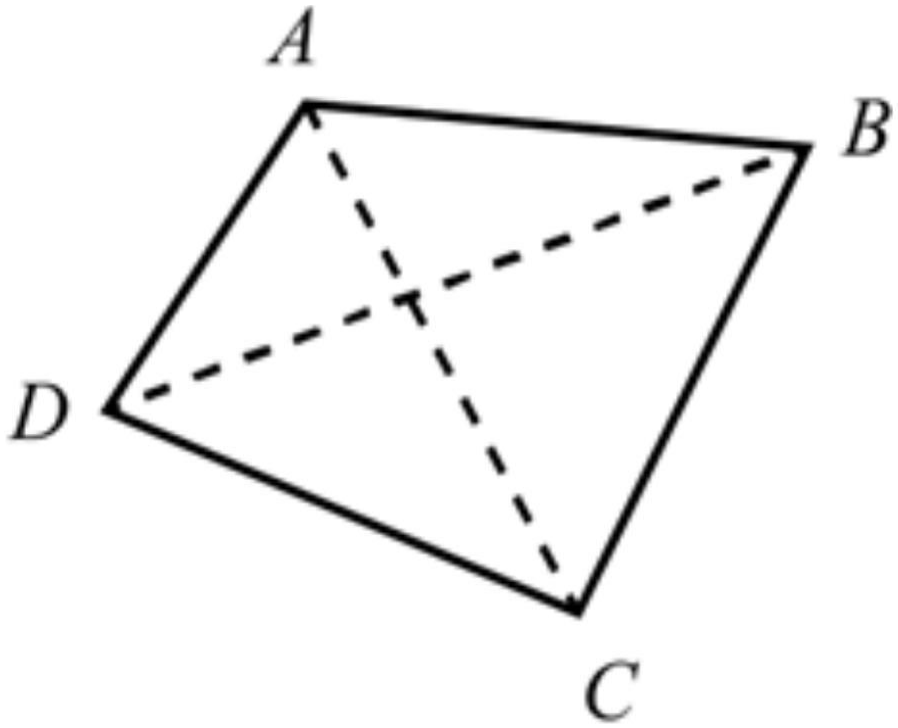


Resolvemos a questão do segundo grau.





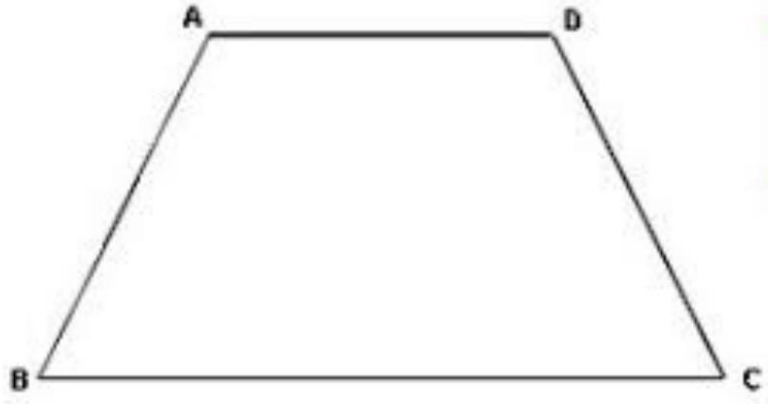
Quadriláteros



Os quadriláteros possuem 4 vértices (A,B,C,D), 4 lados (AB, BC, CD, AD) e 2 diagonais (AC, BD).

A soma dos ângulos internos e externos do quadrilátero é de 360 graus.

Trapézio

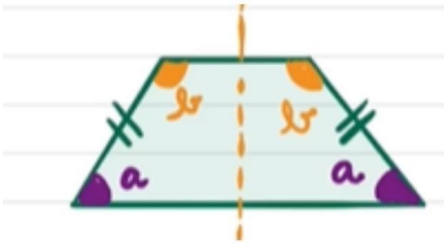


$\overline{AD} // \overline{BC}$

Trapézio é todo o quadrilátero que tem dois lados paralelos e dois lados não paralelos. Usando o princípio de duas retas cortadas por uma transversal, pode-se dizer que A+B=180 graus e que C+D=180 graus. Os lados paralelos são chamados de base, sendo a menor chamada de base menor e a maior é chamada de base maior. Os lados não paralelos são chamados de lados oblíquos. Podendo ser de 3 tipos

Tipos de trapézio

- Trapézio Isóceles

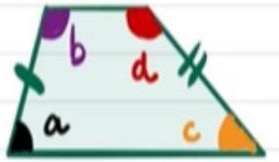


Um trapézio será Isósceles quando os dois lados oblíquos forem congruentes, sendo assim os ângulos da base serão iguais, sendo os ângulos da base menor agudos e os da base maior obtusos. Lembrando que A+B=180 graus, até mesmo nas diagonais nesse tipo de triângulo

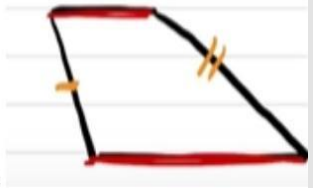
Trapézio Retângulo

Um trapézio será retângulo quando os lados oblíquos forem perpendiculares às bases (Que formam 90 graus). No triângulo retângulo temos dois ângulos de 90 graus e outros dois ângulos que juntos resultarão em 180 graus, sendo um agudo e outro obtuso.

Trapézio Escaleno

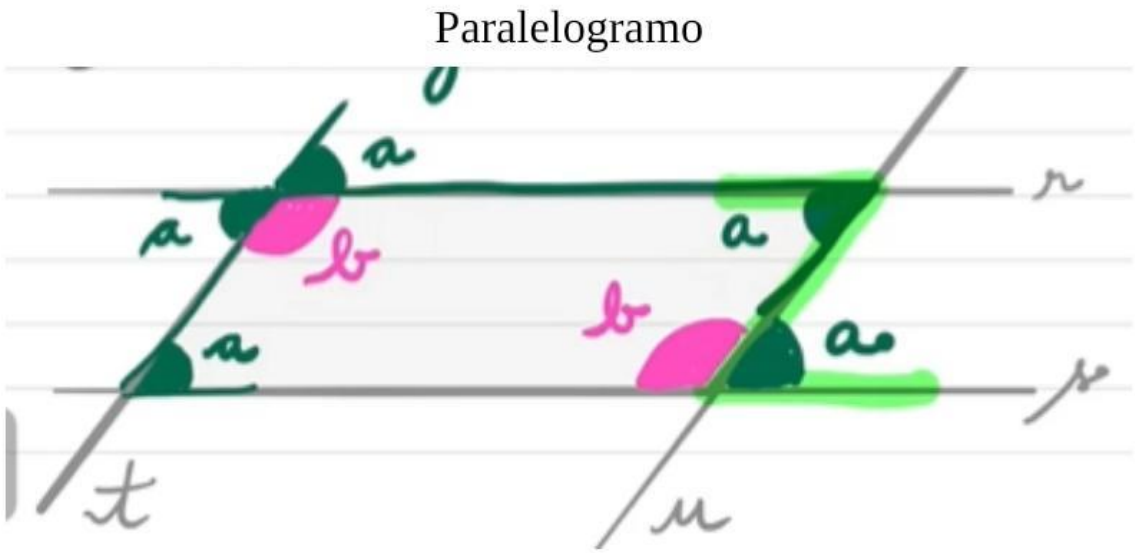


ou



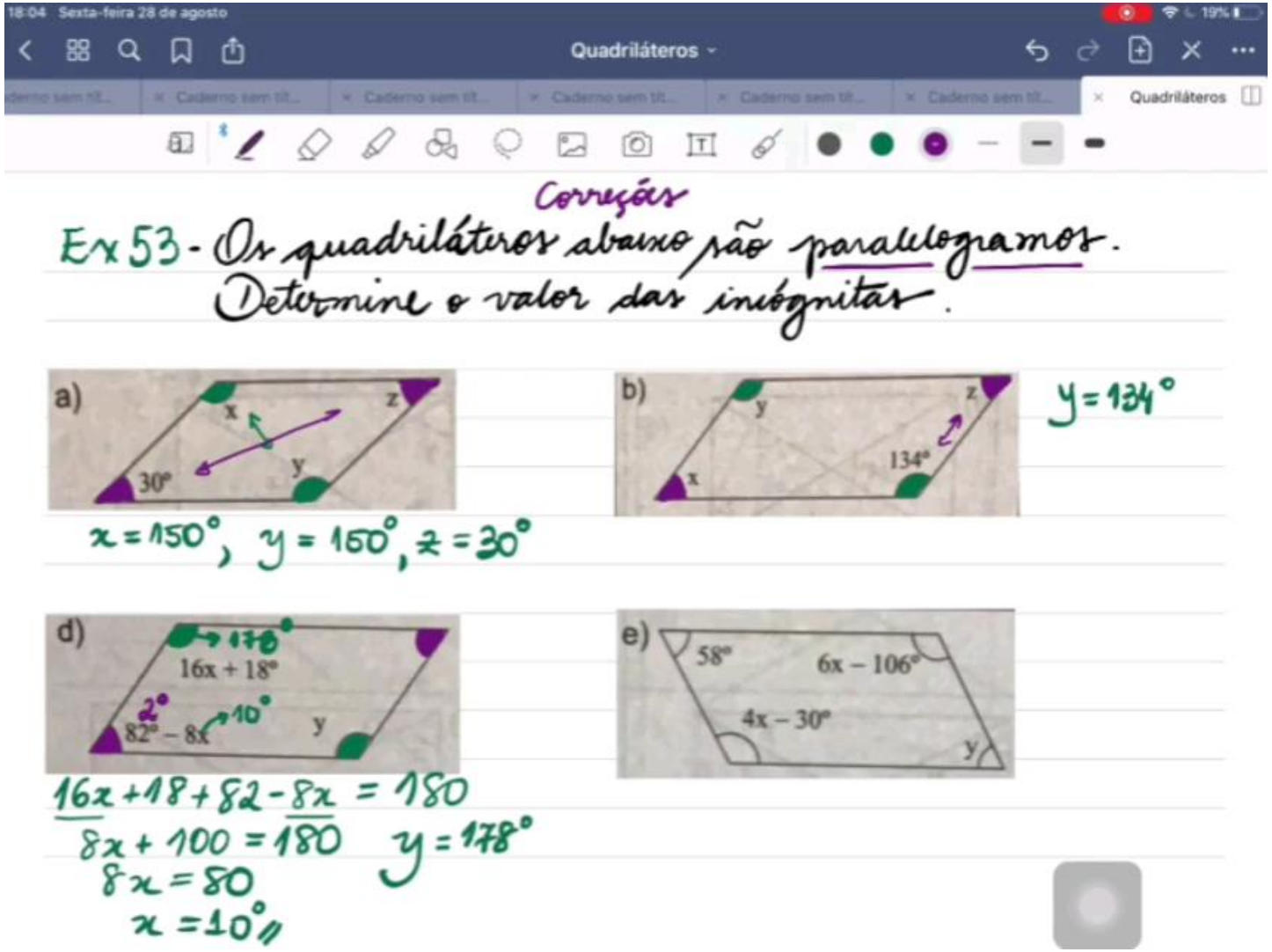
Um trapézio será escaleno quando os lados oblíquos forem diferentes. Nesse caso A+B será igual a 180 graus e C+D também resultará em 180 graus. Nesse trapézio teremos, 2 ângulos agudos e 2 obtusos

Paralelogramo



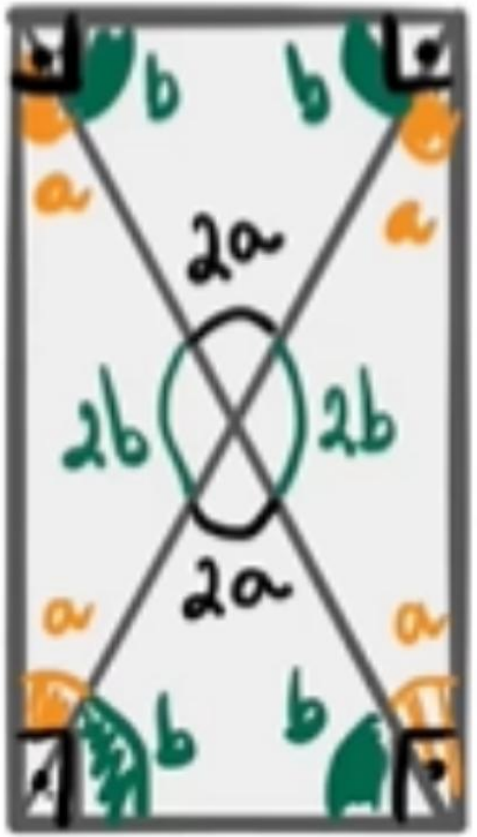
Paralelogramo é todo o quadrilátero que tem 2 pares de lados paralelos. Nesse caso A+B=180 e os ângulos da diagonal oposta serão iguais, sendo dois ângulos obtusos congruentes e dois ângulos agudos congruentes. Os lados opostos também são congruentes.

Exemplo

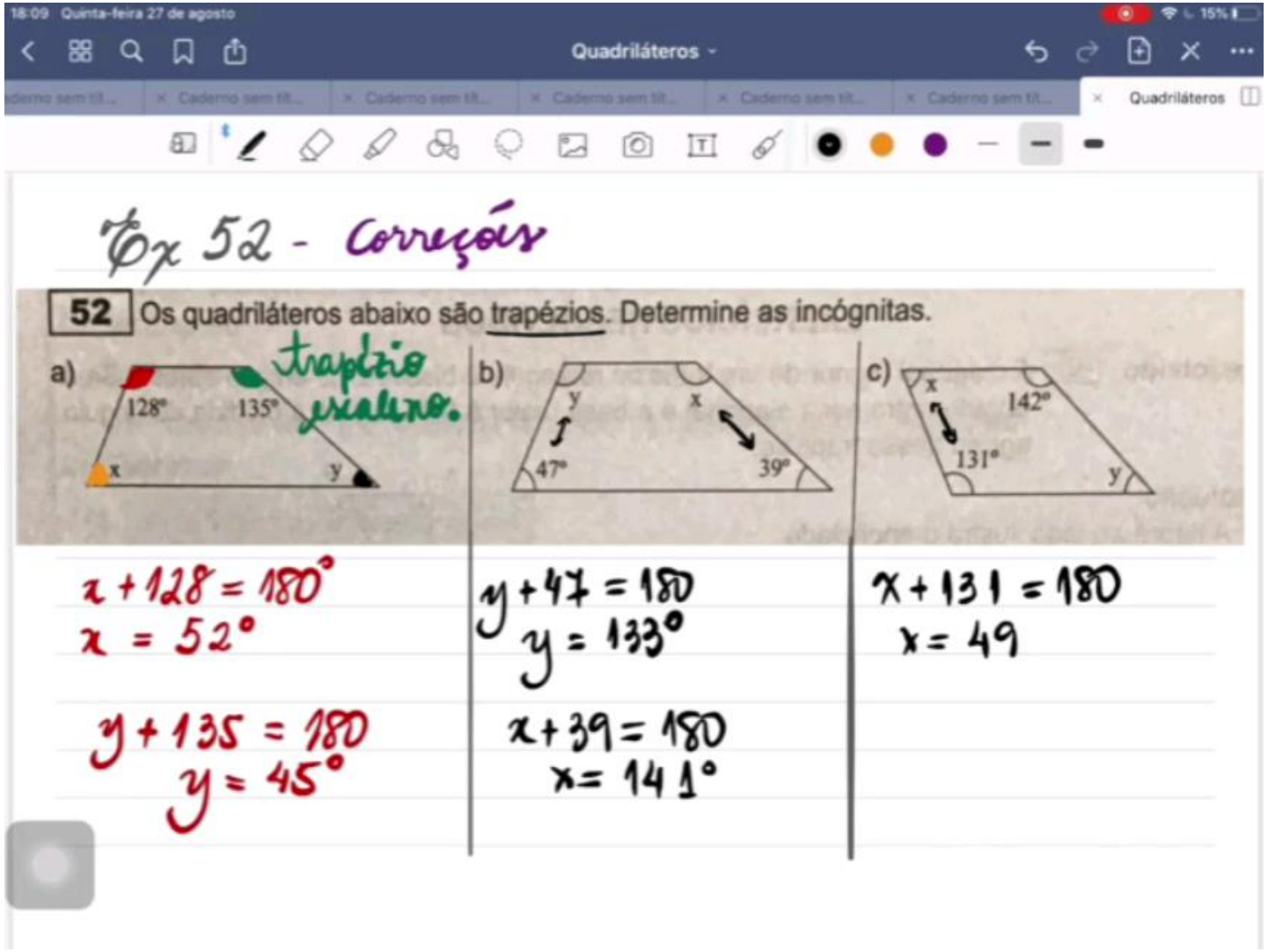

18:04 Sexta-feira 28 de agosto
Quadriláteros
Correções
Ex 53 - Os quadriláteros abaixo são paralelogramos. Determine o valor das incógnitas.
a)
x
z
y
30°
x = 150°, y = 150°, z = 30°
b)
y
z
x
134°
y = 134°
d)
16x + 18°
82° – 8x
y
16x + 18 + 82 – 8x = 180
8x + 100 = 180
8x = 80
x = 10°
y = 178°
e)
58°
6x – 106°
4x – 30°
y

Retângulo

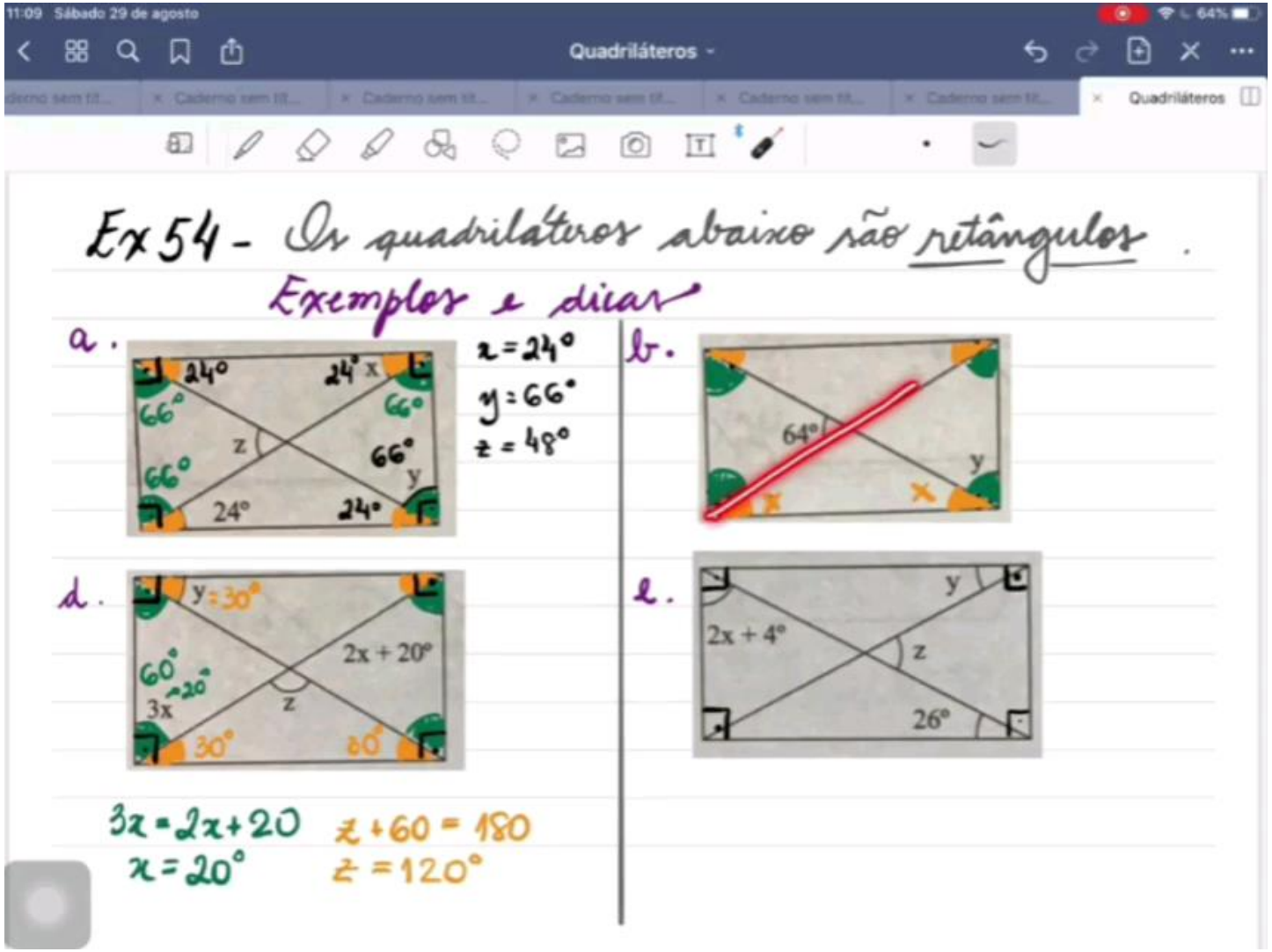
- Nesse quadrilátero, teremos 4 ângulos iguais, ou seja, os 4 serão de 90 graus e dois eixos de simetria. Os ângulos e lados opostos do retângulo também serão congruentes. Nesse caso A+B=90 graus. 2A equivale aos ângulos externos do triângulo formado pelos ângulos A. Já, 2B se equivale ao ângulo externo do triângulo formado pelos ângulos B. O retângulo também é um paralelogramo, mas o que o diferencia são os 4 ângulos iguais de 90 graus.



Exemplo

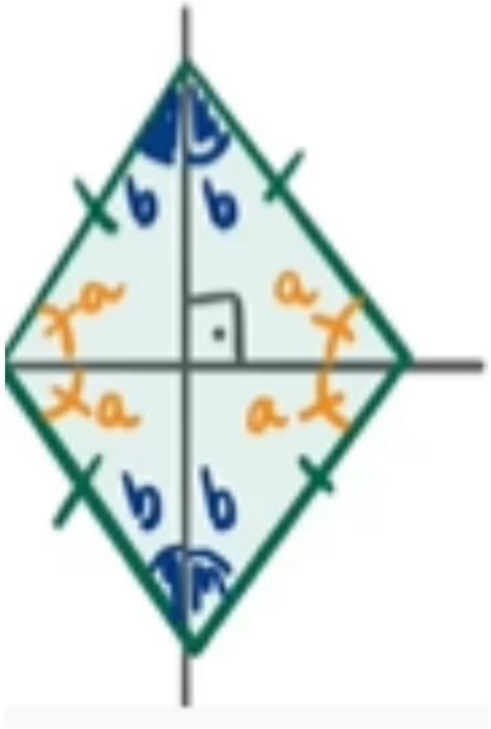

Quadriláteros
Quadriláteros
Ex 52 - Correções
52 Os quadriláteros abaixo são trapézios. Determine as incógnitas.
a)
128°
135°
x
y
trapézio isósceles.
b)
y
x
47°
39°
c)
x
142°
131°
y
x + 128 = 180
x = 52°
y + 135 = 180
y = 45°
y + 47 = 180
y = 133°
x + 39 = 180
x = 141°
x + 131 = 180
x = 49

Exemplo

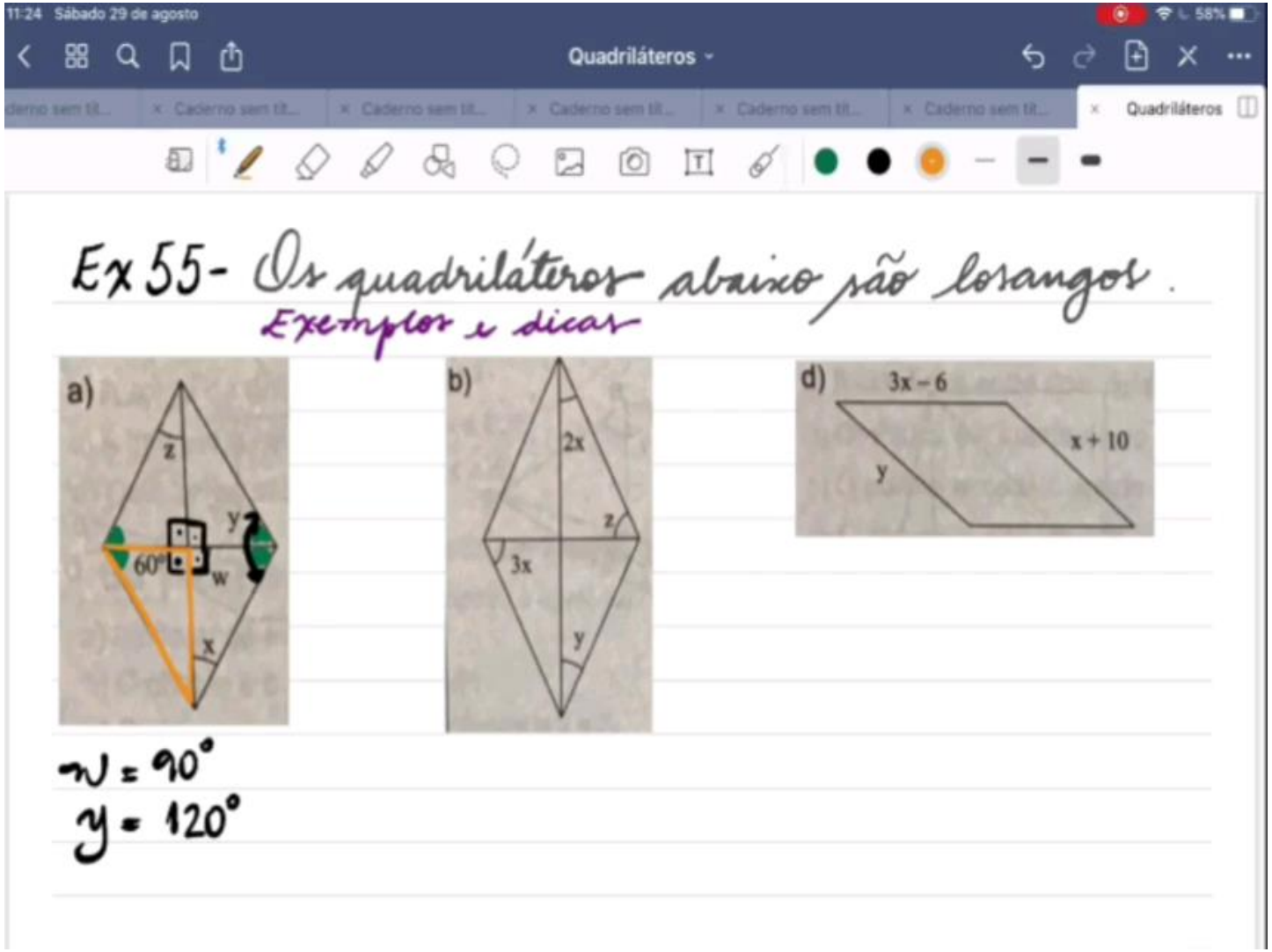

11:09 Sábado 29 de agosto
Quadriláteros
Quadriláteros
Ex 54 - Os quadriláteros abaixo são retângulos.
Exemplos e dicas
a.
24°
24°
x
66°
66°
z
66°
66°
y
24°
24°
z = 24°
y = 66°
z = 48°
b.
64°
y
x
x
d.
y = 30°
60°
20°
3x
z
2x + 20°
30°
60°
3x = 2x + 20
x = 20°
z + 60 = 180
z = 120°
e.
y
2x + 4°
z
26°

Losango

Nesse quadrilátero, todos os 4 lados são congruentes, ele também terá 4 ângulos perpendiculares (de 90 graus) no seu centro . O Losango é formado por dois triângulos isósceles, dessa forma os ângulos das bases serão iguais. Além disso, por ser formado por 4 triângulos retângulos, basta resolver 1 deles. Nesse caso A+B=90 graus. O Losango também é um paralelogramo.

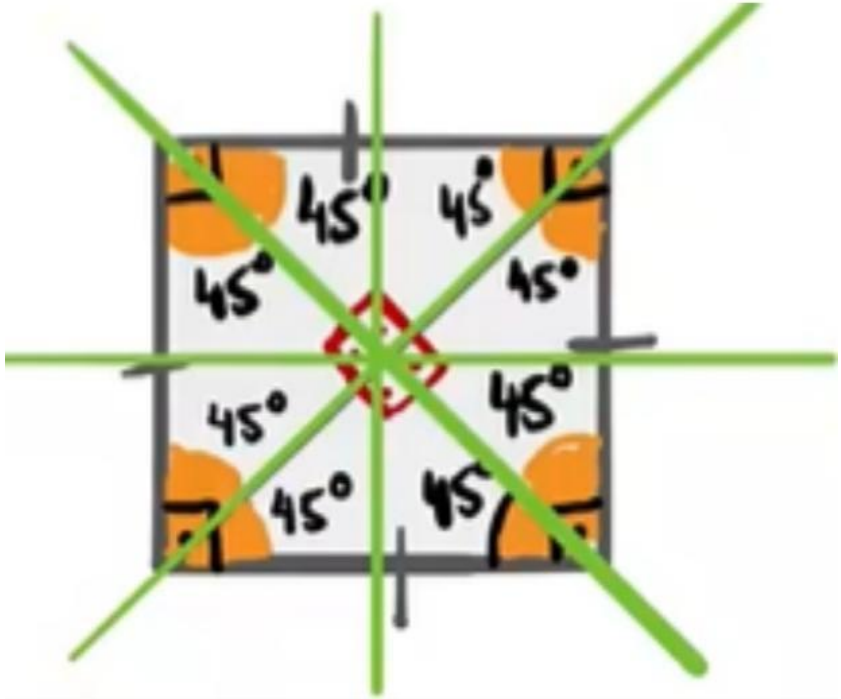


Exemplo

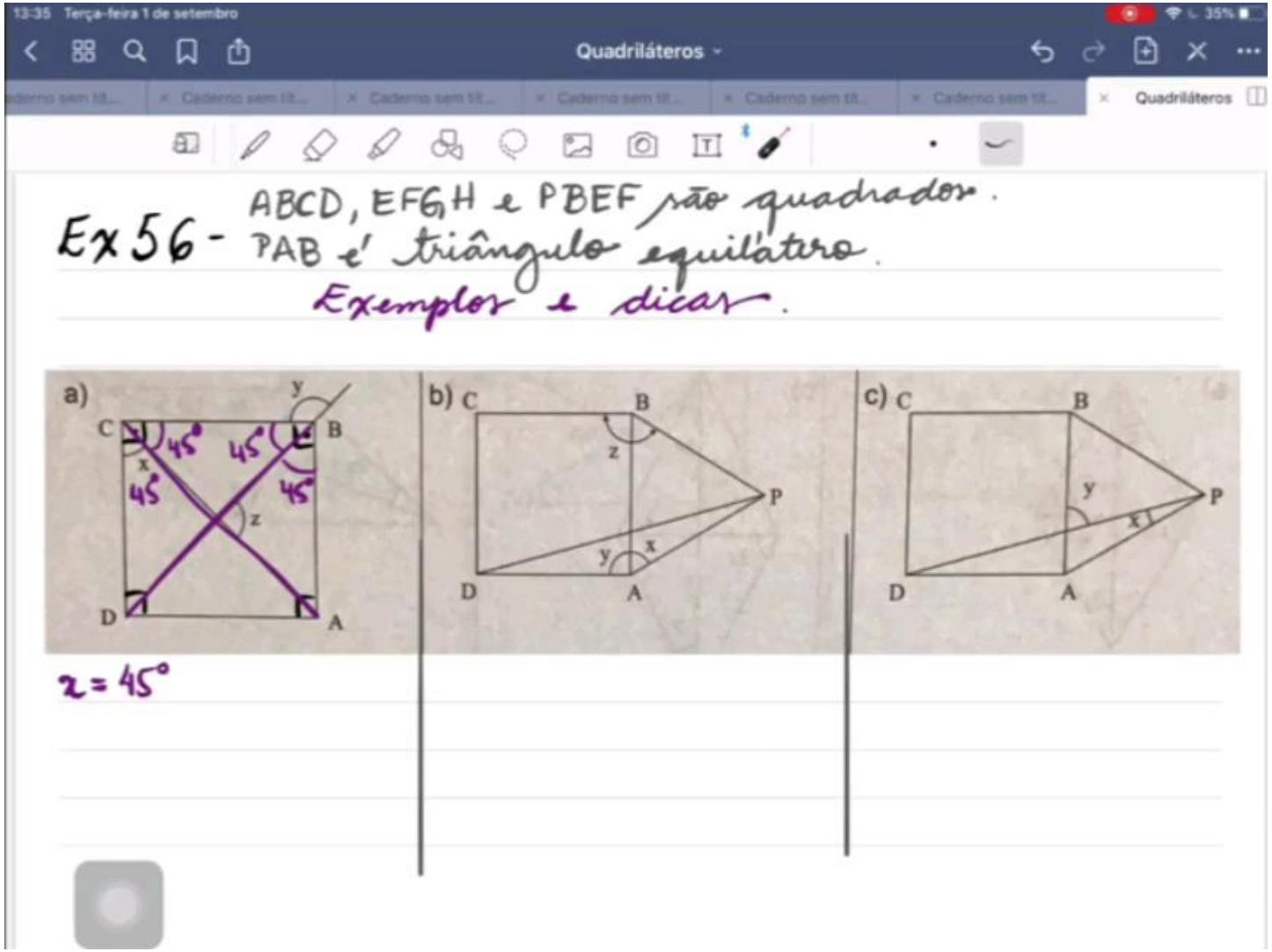

11:24 Sábado 29 de agosto
58%
Quadriláteros
Quadriláteros
Ex 55- Os quadriláteros abaixo são losangos.
Exemplos e dicas
a)
z
y
60°
w
x
b)
2x
z
3x
y
d)
3x - 6
x + 10
y
w = 90°
y = 120°

Quadrado

Nesse quadrilátero, todos os lados e ângulos são iguais, dessa forma o quadrado é um losango e um retângulo, ou seja, tudo que vale para esses dois quadriláteros (Losango e retângulo) valerá para o quadrado. Se traçarmos uma de suas diagonais, traçaremos suas bissetrizes. O quadrilátero, também terá 4 ângulos de 90 graus em seu centro do mesmo jeito que no Losango. Um quadrado terá 4 eixos de simetria.



Exemplo

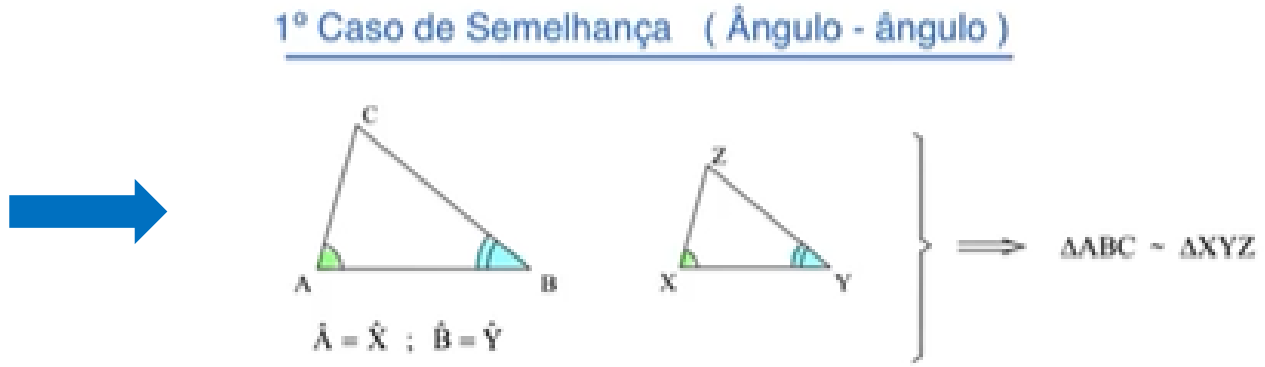

13:35 Terça-feira 1 de setembro
Quadriláteros
Quadriláteros
Ex 56 - ABCD, EFGH e PBEF são quadrados.
PAB é triângulo equilátero.
Exemplos e dicas.
a)
b)
c)
z = 45°

Semelhança de triângulos

Sumário

Semelhança de Triângulos

- Se dois ângulos do triângulo ABC forem iguais a dois ângulos do triângulo XYZ, então podemos afirmar que o triângulo ABC é semelhante ao triângulo XYZ.



- Após confirmarmos que os dois triângulos são semelhantes, devemos marcar os lados correspondentes do triângulo ABC no triângulo XYZ e como fazemos isso? Bom, escolha um lado, por exemplo AB. AB é o lado que está entre o ângulo verde e o ângulo azul no primeiro triângulo. Qual é o lado que está entre o ângulo verde e azul no triângulo XYZ? O lado XY! Portanto, AB é correspondente a XY. Vamos para o lado AC. AC está entre o ângulo verde e o ângulo sem nenhuma marca no triângulo ABC. No triângulo XYZ, o lado que está entre o ângulo verde e o ângulo sem marca é o lado XZ, então o lado AC é correspondente ao lado XZ. Por fim, sobrou o lado BC e o lado YZ, portanto eles são semelhantes entre si. (Outra forma de achar os lados correspondentes é vendo qual lado é oposto ao ângulo, por exemplo, AC é o lado oposto ao ângulo azul, assim como XZ é o lado oposto do ângulo azul, portanto AC é correspondente ao lado XZ.). Para ficar melhor, vamos anotar certinho os lados correspondentes:

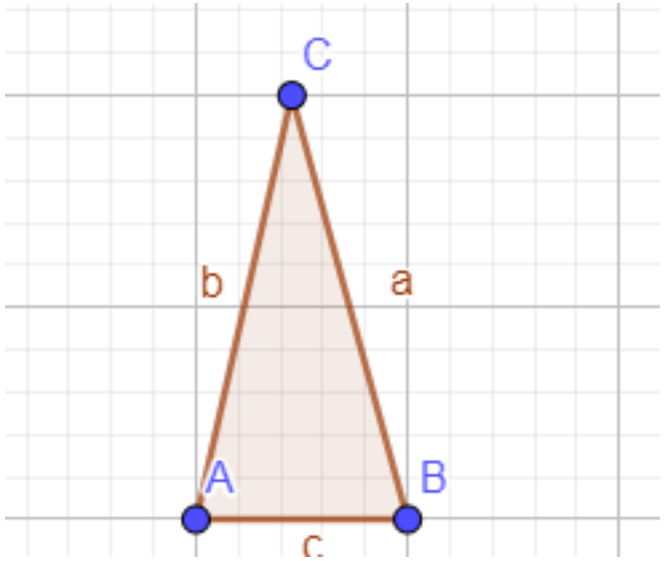
  AB ----- XY

  AC ----- XZ

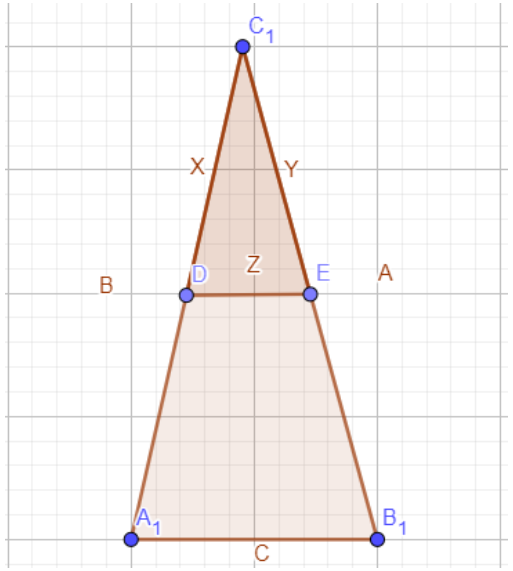
  BC ----- YZ

Teorema Fundamental

- Se uma reta for paralela a um dos lados de um triângulo, cria-se um novo triângulo que é semelhante ao triângulo original. Tá, pode ser que você não tenha entendido exatamente o que isso quer dizer, então vamos lá. Veja o triângulo ABC abaixo:



Imagine agora que a reta Z que é paralela ao lado C, passe pelo triângulo:



Perceba que antes da reta tínhamos apenas o triângulo ABC, depois da reta criou-se outro triângulo, o XYZ. Segundo o teorema fundamental, podemos afirmar que o triângulo XYZ é semelhante ao triângulo ABC, portanto o lado X do triângulo XYZ é correspondente ao lado B do triângulo ABC, o lado Y do triângulo XYZ é correspondente ao lado A do triângulo maior e, por fim, o lado Z do triângulo menor é correspondente ao lado C do triângulo ABC. Com isso podemos criar a seguinte fração do teorema de Tales:

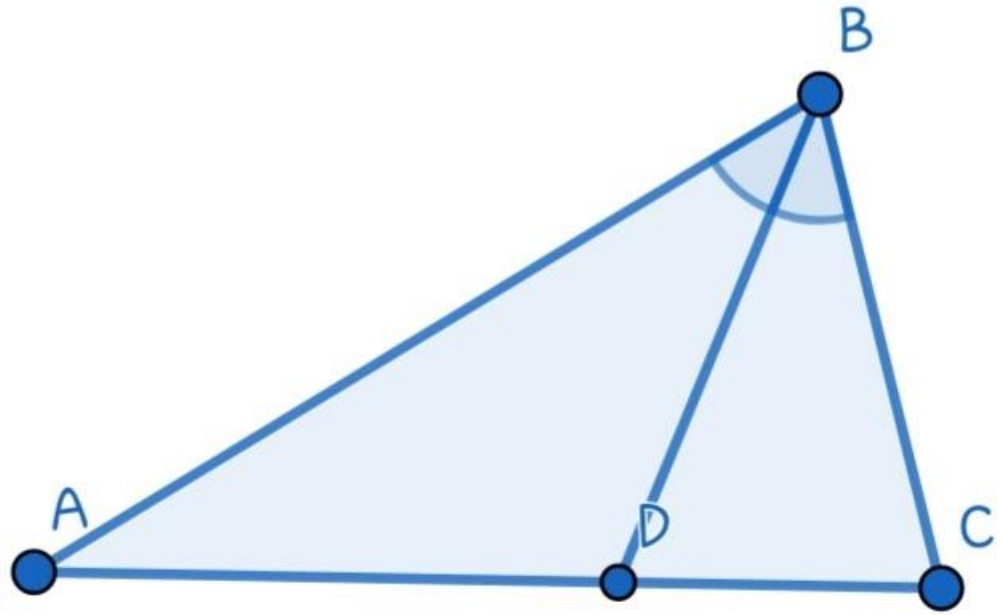
$$A/Y=B/X$$

Teorema da Bissetriz Interna

- A bissetriz de um ângulo interno divide o lado oposto ao ângulo em dois segmentos proporcionais ao lados adjacentes do triângulos

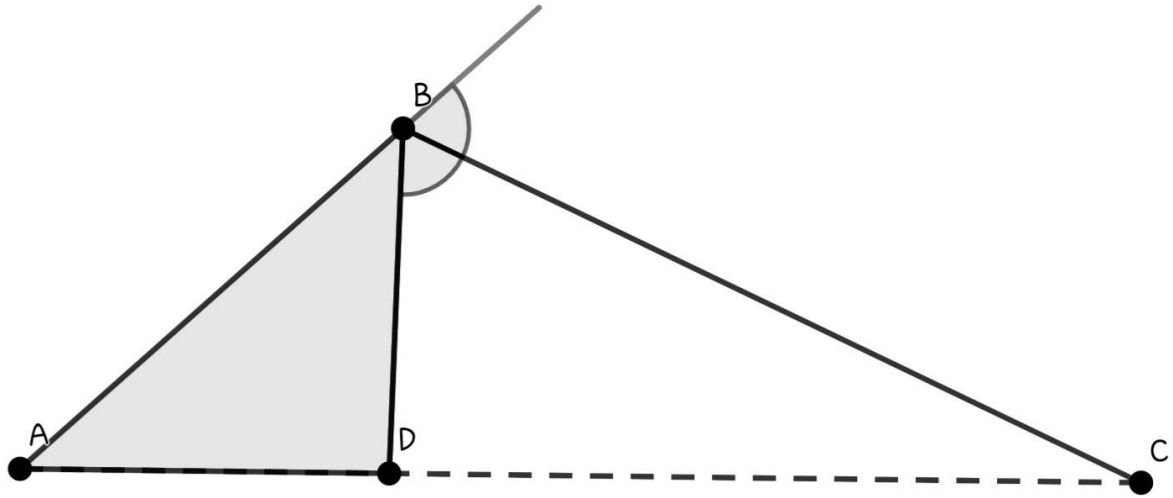
BD é bissetriz interna do ângulo ABC, então:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$$



Teorema da Bissetriz Externa

- Se a bissetriz de um ângulo externo de um triângulo intercepta a reta que contém o lado oposto, então os segmentos determinados nesta reta são proporcionais aos lados adjacentes ao ângulo.



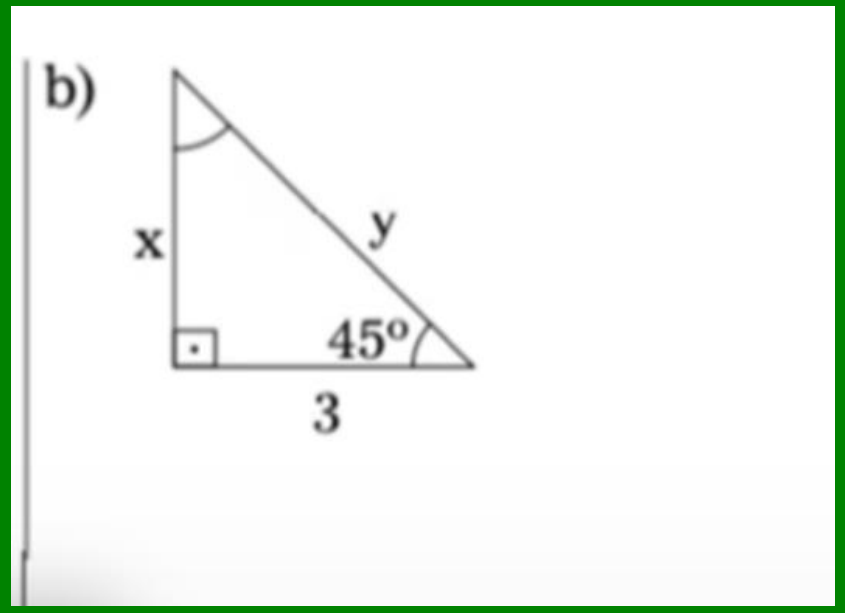
sendo BC bissetriz do ângulo externo em B, temos:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Sumário

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo Isósceles



Antes de realizar esse exercício lembre-se que há uma regra: hipotenusa= cateto.√2 /// Cateto = hipotenusa ÷ √2. Lembre-se também que há dois lados iguais. Portanto:

x = 3
y = 3 √2

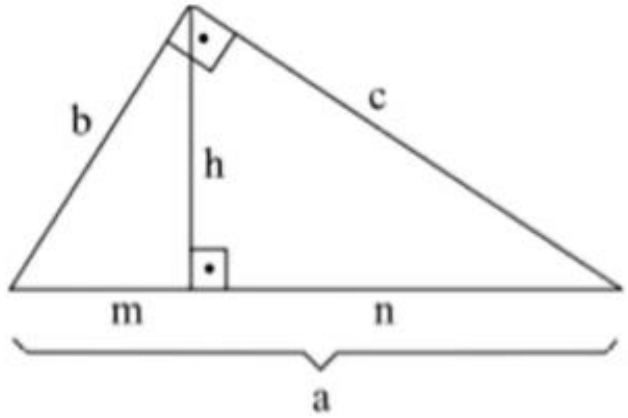
Relações Métricas no Triângulo Retângulo

O grande pulo do gato nessas questões é LEMBRAR (não cole pls) das equações do Triângulo Retângulo:

Resumindo:

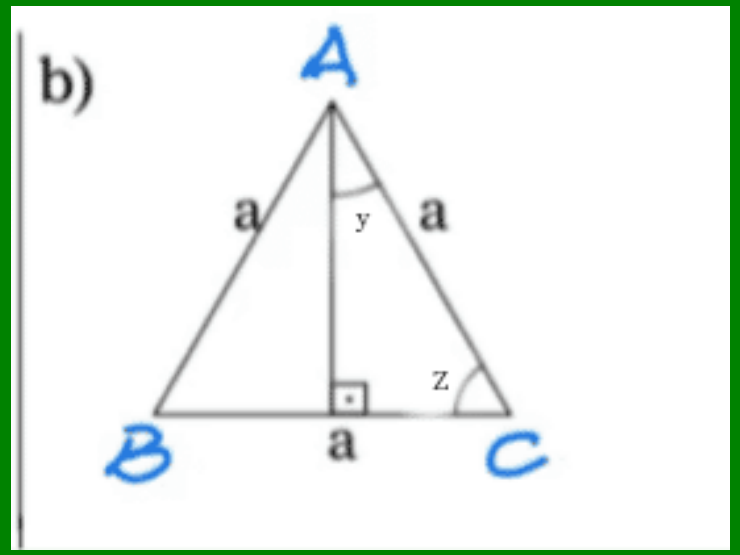
$h^2 = m\,n$ $\quad b^2 = m\,a$ $\quad c^2 = n\,a$ $\quad bc = a\,h$

$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad b^2 = h^2 + m^2$ $\quad c^2 = h^2 + n^2$



Identificando cada situação, você conseguirá resolver qualquer exercício, falando nisso, vamos resolver alguns:

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



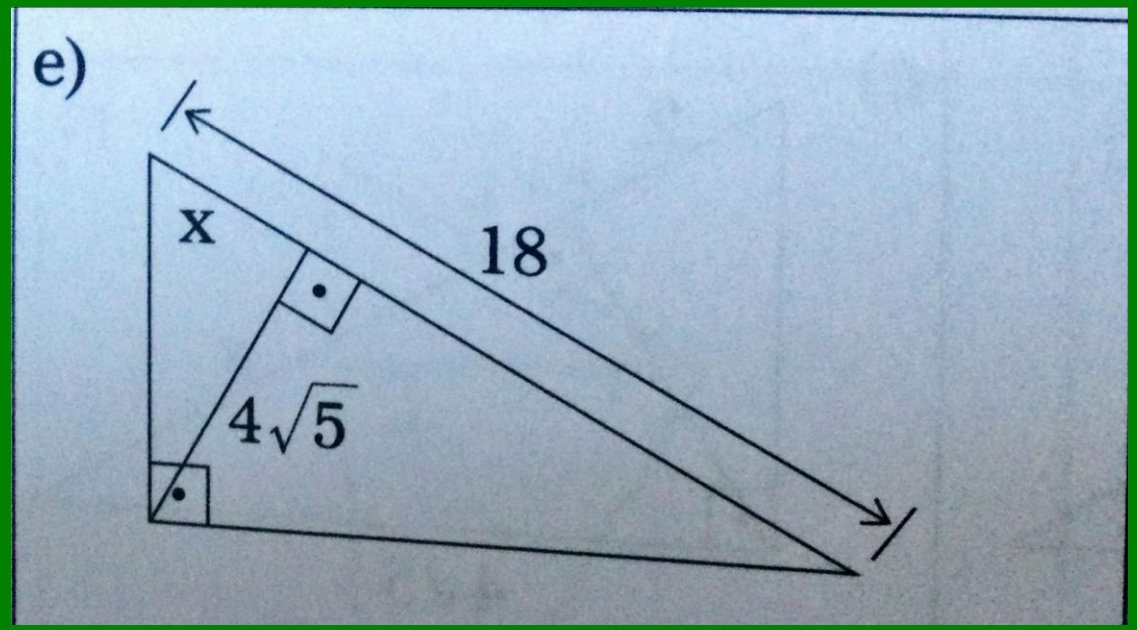
Vamos determinar os ângulos y e z nesse caso.
Bom, a primeira coisa a se notar é que o triângulo abc é um triângulo equilátero. Portanto, cada um de seus ângulos internos mede 60°, e com isso sabemos que z = 60°. Já para o ângulo y podemos resolver tanto somando (y+90+60=180) quanto dividindo (60/2), pois sabemos que o ângulo A foi dividido ao meio.

y+ 90+60=180
y=180-90-60
y=30

_____

x=60÷2
y=30

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Esse não é tão óbvio quanto o outro, mas é muito fácil de fazer. Vamos fazer as relações:
O “$4\sqrt{5}$” é a altura do triângulo, portanto será “H”
O “X” faz parte da hipotenusa e do triângulozinho, então é “M”.

Até aqui, a única equação possível é $H^2 = M.N$. Já sabemos o valor de H e M, mas e N? É simples, 18 é o valor de toda a hipotenusa e x é o valor de uma parte dela, portanto a outra parte (N) será toda a hipotenusa - X, ou seja, N = 18 - X. Sabendo de todas as incógnitas vamos resolver:

$H^2=M.N$
$(4\sqrt{5})^2 = x.\ (18 - x)$

Parte 1:
$(4\sqrt{5})^2$
$4\sqrt{5}\ .\ 4\sqrt{5}$
$4.4 = 16$
$\sqrt{5}\ .\ \sqrt{5} = 5$
$16.5 = 80$
$(4\sqrt{5})^2 = 80$

Parte 2:
$x.(18-x)$
$18.\ x = 18x$
$-x.x = -x^2$
$x.(18-x) = 18x-x^2$

Portanto:

$80= -x^2 +18x$

Chegamos então a uma equação do segundo grau. Não conseguiu ver? Pera deixa eu arrumar:
$-x^2 +18x - 80 = 0$

E agr, conseguiu? Bom, para ajudar nossa vida vamos multiplicar toda a equação por -1, ficando:
$x^2 - 18x +80 = 0$
Agora podemos aplicar o produto da soma pela diferença e os números que somados dão -18 e multiplicados +80 são o -8 e -10 então:
(x-8) (x-10)

Ou x = +8 ou x= +10

Exercícios
Equações Redutíveis

b) $2x^8 - 29x^4 - 48 = 0$

É bom reparar que, em todas as equações como essas, o expoente da incógnita vai ser o dobro da outra, por exemplo, nesse temos o x^8 e o x^4, mas poderíamos ter também x^6 e x^3, x^{10} e x^5 etc. Ok, mas como resolvemos esse tipo de questão? Resolvemos como se fosse uma equação do segundo grau usando produtos notáveis ou bhaskara, mas no caso a incógnita não vai ser o x, vai ser o x elevado ao menor expoente. Como assim?

$2x^8 = 2(x^4)^2$
$29x^4 = 29(x^4)$

Então, ficará:
$x^4 = \frac{-b\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x^4 = \frac{+29\ \sqrt{29^2 - 4.-48.2}}{2.2}$
$x^4 = \frac{+29\ \sqrt{841 + 384}}{4}$
$x^4 = \frac{+29\sqrt{1225}}{4}$
$\sqrt{1225} = 35$

$x^4 = \frac{+29 +/- 35}{4}$

Primeira opção:
$x^4 = \frac{29+35}{4}$ ------- $\frac{64}{4}$ --------- 16
$x = \sqrt[4]{16}$
$x = +/-2$

Segunda opção:
$x^4 = \frac{29-35}{4}$ ------ $\frac{-6}{4}$ $\frac{-3}{2}$
$x = \emptyset$

$S = \{+/-2\}$

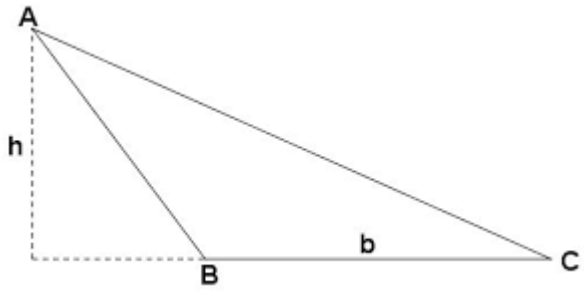
Matemática

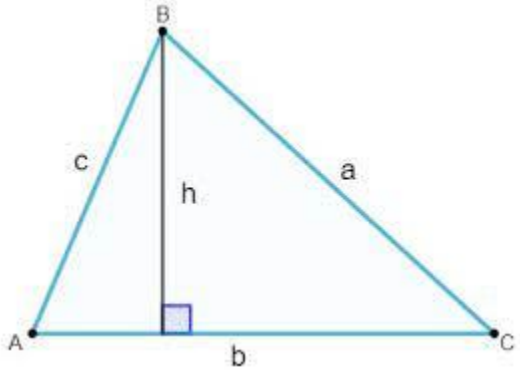
3° bimestre

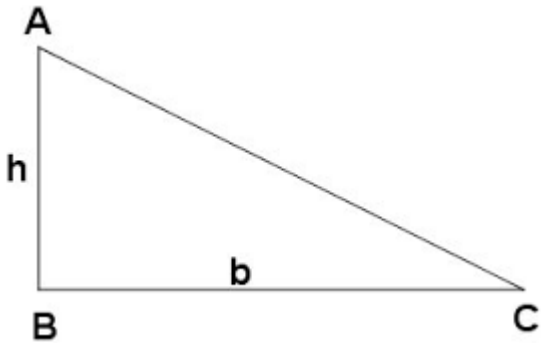
Área dos Polígonos

Lembre-se também dos tipos de triângulos e trapézios para saber onde achar as informações necessárias:

Tipos de triângulo:

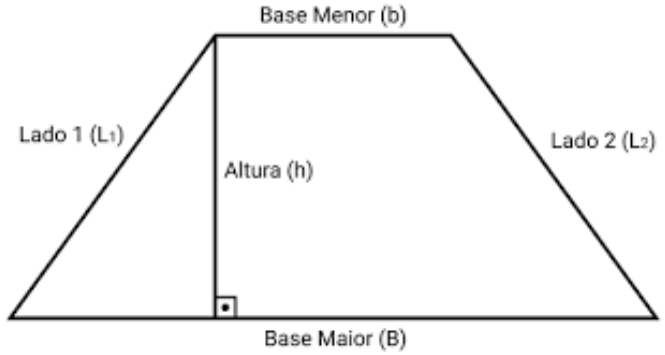


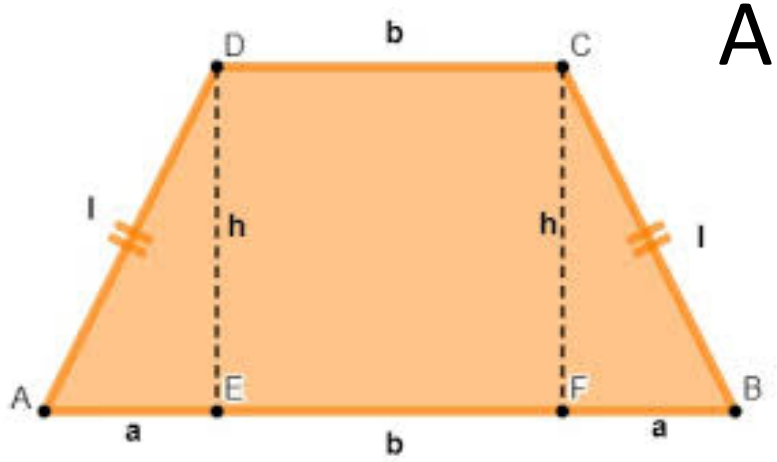




$$\frac{b.h}{2}$$

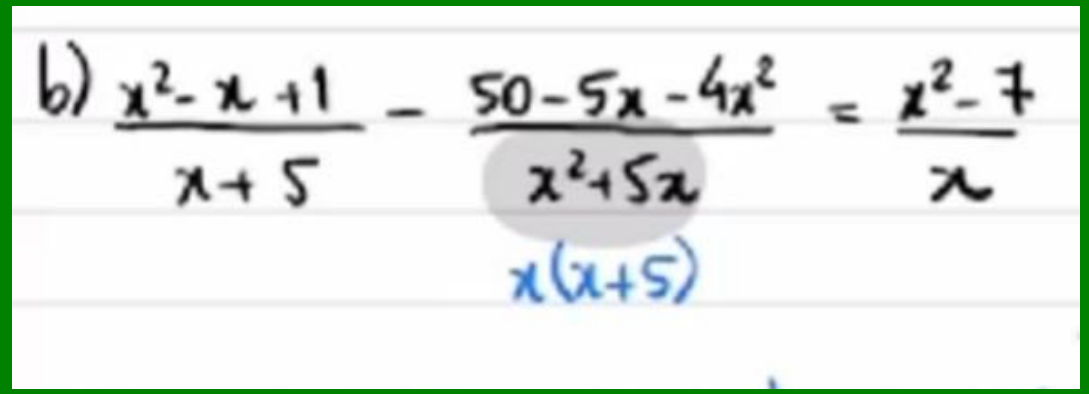
Tipos de trapézio:





$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

Exercícios Equações Fracionárias



Começando com fatoração, podemos fatorar o denominador x^2+5x, colocando x em evidência

$x(x+5)$

Agora vamos achar o MMC. Pegamos x+5 e x, o que dá x(x+5). Como já temos esse valor no denominador do meio, esse é o MMC.

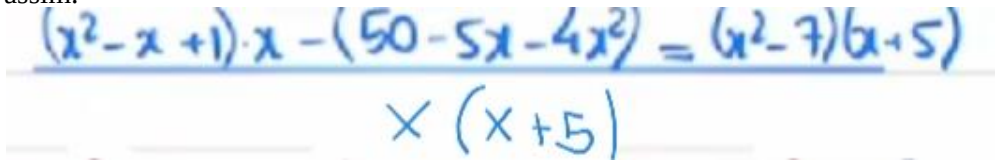
Agora, montamos o Domínio de validade.

x+5 não pode ser 0
x não pode ser -5

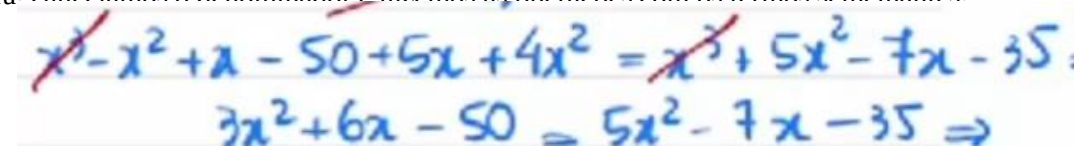
x não pode ser 0

D = {0;5}

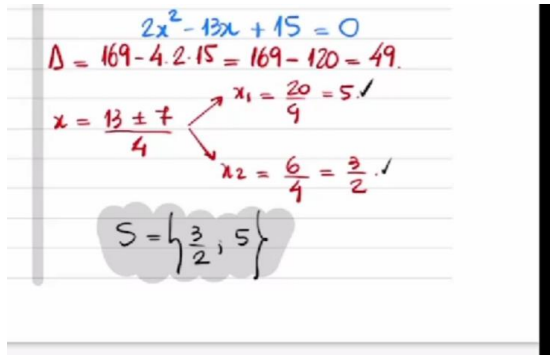
Montamos a fração agora. Usando como denominador o mmc. Como em qualquer operação de adição ou subtração de fração, dividimos o mmc pelo denominador e multiplicamos pelo numerador de cada fração, ficando assim:



Agora, cancelamos o denominador e fazemos as operações com os termos semelhantes:



Agora, a equação fracionária virou uma equação do segundo grau. Sendo assim, resolvemos essa equação:



Equações Biquadradas

Sumário

Equações Biquadradas completas

Podemos pensar da seguinte forma: se em uma equação do segundo grau a incógnita é x, na equação biquadrada completa a incógnita é x^2. Exemplos:

$x^4-13x^2+36 = 0$

Isolamos a incógnita x^2

$(x^2)^2-13(x^2)+36=0$

Nesse caso é possível resolver usando soma e produto.

$(x^2-9)(x^2-4) = 0$

$x^2-9= 0$
$x^2 = 9$
$x = 3$

S {+/-3;+/-2}

$x^2-4 = 0$
$x^2 = 4$
$x = 2$

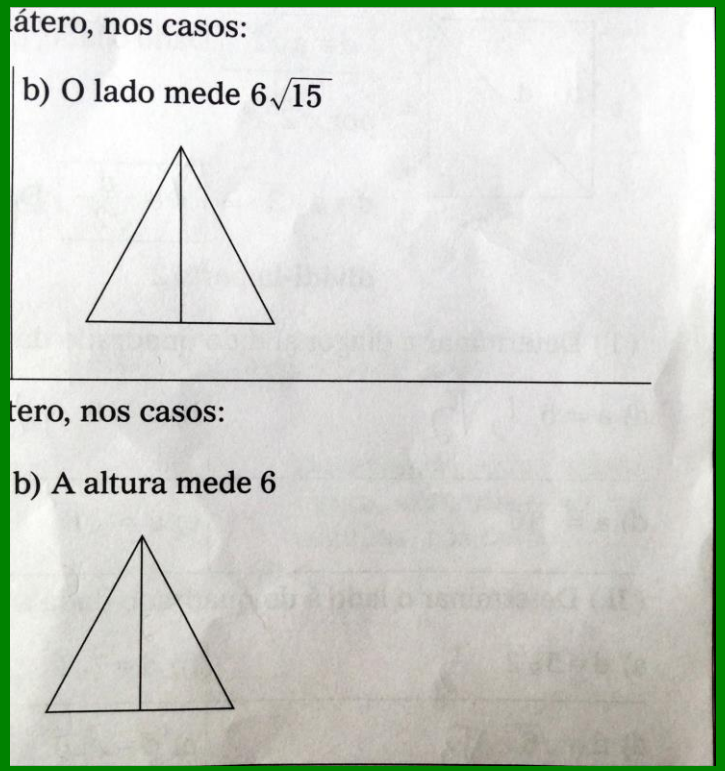
Vamos resolver um exercício sem usar soma e produto:

$81^4-72x^2+16=0$

Delta = $(-72)^2$ - 4.81.16
Delta = 5184-5184
Delta = 0

$x^2 = 72 + 0/162 = +/- 2/3$

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O editor preguiçoso não quis separar as duas perguntas na hora de tirar a foto então deixa eu te orientar, caro leitor:

1. Determine a altura do triângulo sabendo que seu lado mede $6\sqrt{15}$

Ok, vamos lá. Assim como no quadrado, também há uma formulinha para se lembrar nessa questão. A fórmula do triângulo é que a altura é igual ao $\frac{\text{lado}.\sqrt{3}}{2}$

Então, sendo x a altura:

$x = \frac{6\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}}{2}$

$x = 6\sqrt{45}$
$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$x = \frac{6.3\sqrt{5}}{2}$ ------ $x = \frac{18\sqrt{5}}{2}$ ------- $x = 9\sqrt{5}$

2.Determine o lado do triângulo sabendo que sua altura mede 6.

Lembre da fórmula: altura é igual ao $\frac{\text{lado}.\sqrt{3}}{2}$

Sendo o lado = x:

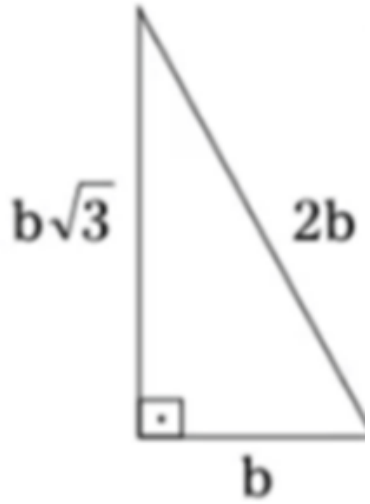
$\frac{x\sqrt{3}}{2} = 6$
Vamos passar esse /2 para o outro lado:
$x\sqrt{3} = 6.2$
$x\sqrt{3} = 12$

Agora vamos passar o $\sqrt{3}$ para o outro lado
$x = \frac{12}{\sqrt{3}} \frac{(\sqrt{3})}{(\sqrt{3})}$

$x = \frac{12.\sqrt{3}}{3}$
$x = 4\sqrt{3}$

Relações Métricas no Triângulo Retângulo com ângulos de 30° e 60°

São metade de um triângulo equilátero. Sendo assim, há uma regra: Lado oposto ao ângulo de 30° = b. Lado oposto ao ângulo de 60° = b√3. Lado oposto ao ângulo de 90° = 2b

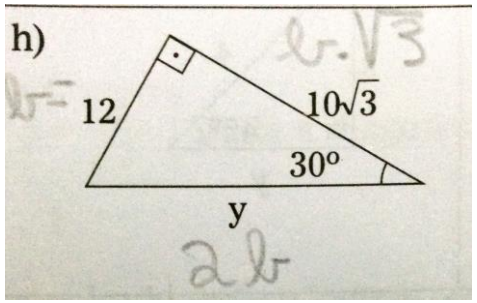


Exercício b

x = x √3 = 5 √3.
x = 5

y = 2x
y= 2.5
y = 10

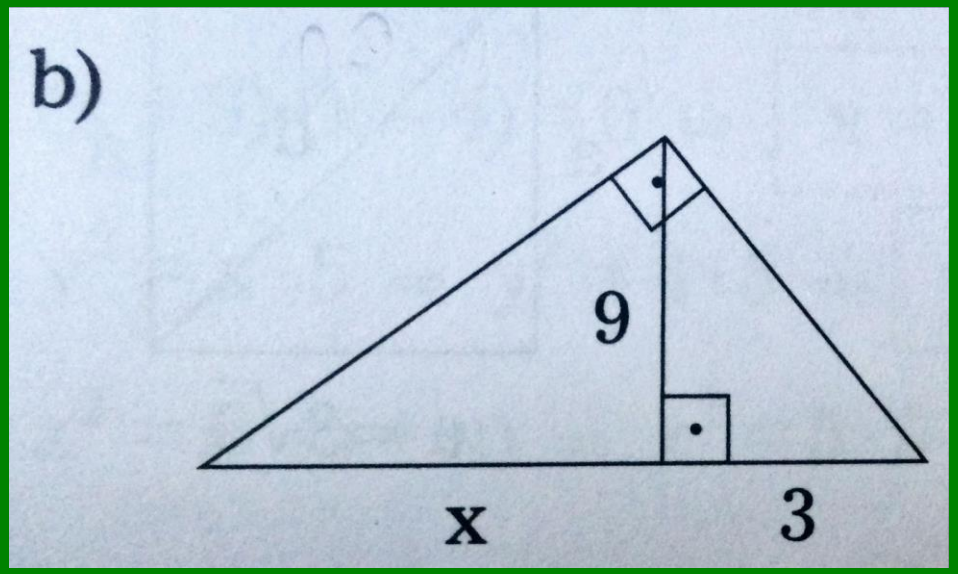
Exercício H



12 = b
y = 2b
x = b.√3

x = 12√3
y = 2.b = 2.12
y = 24

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo

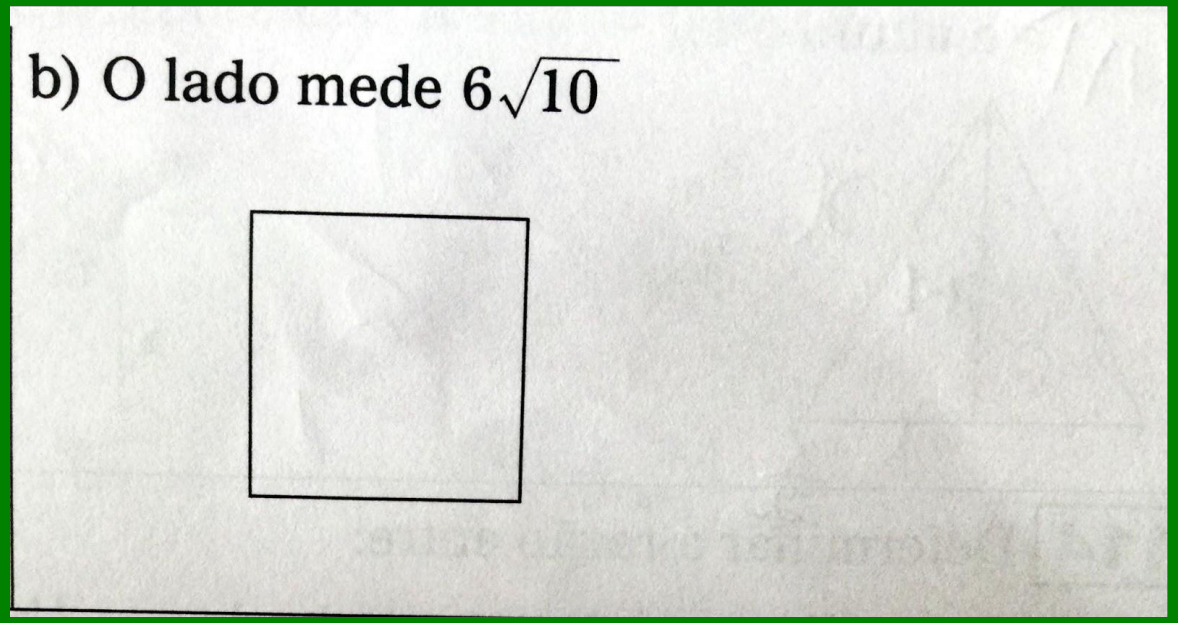


Primeiramente, vamos identificar a relação desse triângulo com o triângulo “modelo”, vamos lá:
O “9” é a altura do triângulo, então será “H”
O “X” faz parte da hipotenusa e do triângulo maior, então será o “N”
O “3” faz parte da hipotenusa e do triângulo menor, então será o “M”

Agora basta ver qual equação que há uma relação com essas 3 incógnitas (H, M e N). A única equação com esse critério é $H^2 = M.N$. Então basta mudar os valores:

$H^2 = M.N$
$9^2 = 3.X$
$81 = 3x$
$x = 81/3$
$x= 27$

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O enunciado pede para que determinemos o valor da diagonal do quadrado sabendo que seu lado é $6\sqrt{10}$. Como dito anteriormente, lembre que a diagonal é igual ao lado.$\sqrt{2}$. Então, sendo x a diagonal:

$x = 6\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$

$x = 6\sqrt{20}$

$\sqrt{20} = 2.\sqrt{5}$

$x = 6.2.\sqrt{5}$

$x = 12\sqrt{5}$

Exercícios
Equações Fracionárias

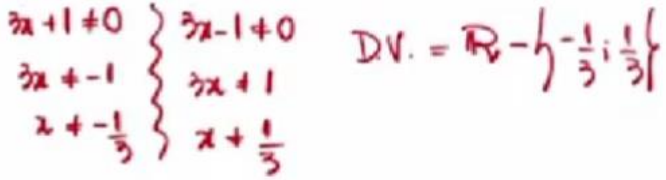
a) $\frac{2x-1}{3x+1} + \frac{x-3}{1-3x} = \frac{2+10x-3x^2}{9x^2-1}$

Neste exercício, iremos fazer algo um pouco diferente. Repare que o 1-3x é o contrário do 3x+1. Para fatorarmos isso, vamos alterar o sinal da fração de positivo para negativo, e com isso podemos inverter os termos, dando 3x-1.

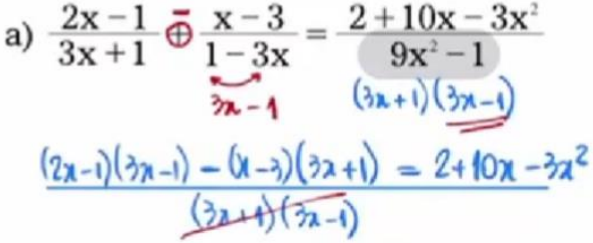
Feito isso, vamos fazer o mesmo processo que o anterior.

Achamos o mmc (3x+1)(3x-1)

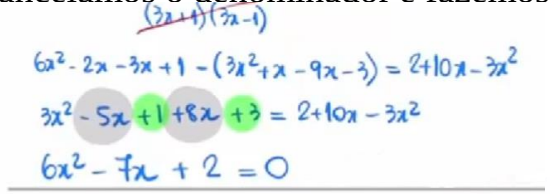
Montamos o Domínio de validade.



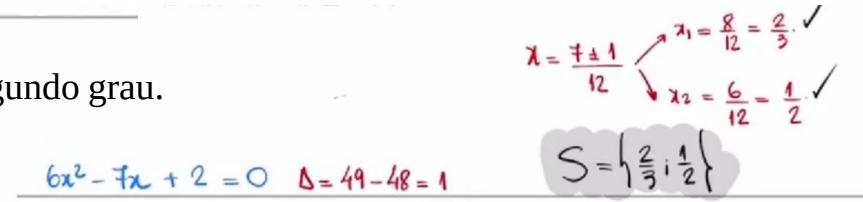
Montamos a fração usando como denominador o mmc e dividimos o mmc pelo denominador e multiplicamos pelo numerador de cada fração.



Cancelamos o denominador e fazemos as operações com os termos semelhantes.



Resolvemos a questão do segundo grau.



Área de Polígonos

Equações Fracionárias

Sumário

Exercícios Equações Irracionais

f) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2$

Essa questão se diferencia da anterior, pois nela não há possibilidade de, em um primeiro momento, deixar a raiz isolada. Então, não resolveremos essa equação elevando-a somente 1x, será preciso mais, então vamos começar:

A primeira coisa que iremos fazer será isolar uma dessas raízes, eu optarei por isolar √3x+1. Para isso, passarei o -√x-1 para o outro lado, ficando:
√3x+1 = √x-1 +2
Agora iremos elevar a equação ao quadrado para eliminarmos a primeira raiz, mas veja:
$(\sqrt{3x+1})^2 = 3x+1$ (aqui conseguimos eliminar por total a raiz)
(√x-1 +2) = x-1 + 4√x-1 + 4 (Aqui ainda sobrou uma raiz)
3x+1 = x-1 +4√x-1 +4

Agora vamos isolar a outra raiz passando todos os outros elementos para o outro lado:
3x+1 -x+1 -4 = 4√x-1
2x -2 = 4√x-1

Não podemos deixar esse 4 que multiplica a raiz, teremos que passar ele para o outro lado também. Para tal, iremos passá-lo dividindo:

$\frac{2x-2}{4} = \sqrt{x-1}$ Podemos simplificar: $\frac{x-1}{2} = \sqrt{x-1}$

Agora iremos elevar toda a equação ao quadrado de novo:

$\left(\frac{x-1}{2^2}\right)^2 = (\sqrt{x-1})^2$

$\frac{x^2 -2x +1}{4} = x-1$

Para facilitar a nossa vida, passaremos esse 4 que está dividindo para o outro lado, mas multiplicando:

$x^2 -2x +1 = 4(x-1)$
$x^2-2x+1 = 4x-4$

Passando todos para um lado só:
$x^2-2x +1 -4x +4 = 0$
$x^2 -6x +5$
Podemos resolver usando soma e produto. Os pares serão:
(x-1) (x-5)
x =1 ou x= 5

Mas ainda não acabou, como elevamos a equação por um expoente par, devemos verificar, então vamos lá:

Caso x seja 1:
√3x+1 - √x-1 = 2
√3.1 +1 -√1-1 = 2
√4 -√0 =2
2 - 0 =2
2=2 Verdadeiro

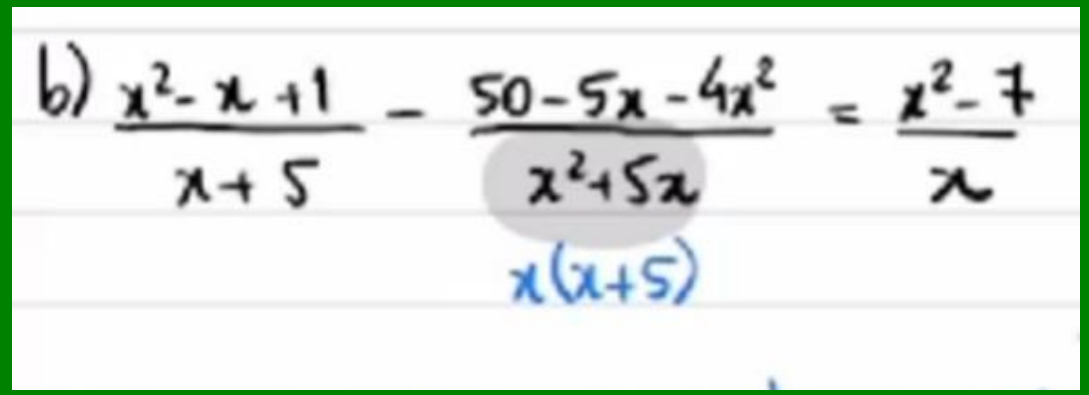
Caso x seja 5:
√3x+1 - √x-1 =2
√3.5 +1 -√5-1 =2
√16 - √4 =2
4-2 =2
2=2 verdadeiro

Então: S= {1;5}

Equações Redutíveis

Sumário

Exercícios
Equações Fracionárias



Começando com fatoração, podemos fatorar o denominador x^2+5x, colocando x em evidência

$x(x+5)$

Agora vamos achar o MMC. Pegamos x+5 e x, o que dá x(x+5). Como já temos esse valor no denominador do meio, esse é o MMC.

Agora, montamos o Domínio de validade.

x+5 não pode ser 0
x não pode ser -5

x não pode ser 0

D = {0;5}

Exercícios
Equações Irracionais

b) $\sqrt[3]{3x^2+4x+1} = 2$

Nesse tipo de questão, você deve primeiramente isolar a raiz passando todo o resto para o outro lado, nesse caso a equação já vem pronta. Depois disso, você vai ter que anular essa raiz. Mas como? Basta elevar toda a equação pelo índice da raiz, ou seja, se for uma raiz quadrada, você eleva ao quadrado, se for uma raiz à quarta, você eleva à quarta e assim por diante. Nesse caso, é uma raiz cúbica, então vamos elevar ao cubo toda a equação:

$(\sqrt[3]{3x^2 +4x +1})^3 = (2)^3$

Assim você anula a raiz ficando:
$3x^2 +4x +1 = 8$

Agora vamos passar o 8 para o outro lado ficando -8:

$3x^2 +4x +1-8 = 0$
$3x^2 + 4x -7 = 0$

Agora é uma equação de segundo grau. Nessa questão não podemos resolver por soma e produto, teremos que utilizar bhaskara:

$x= \frac{-4 +-\sqrt{16 + 84}}{6}$
$\sqrt{16+84} = \sqrt{100} = 10$

$x= \frac{-4+/-10}{6}$

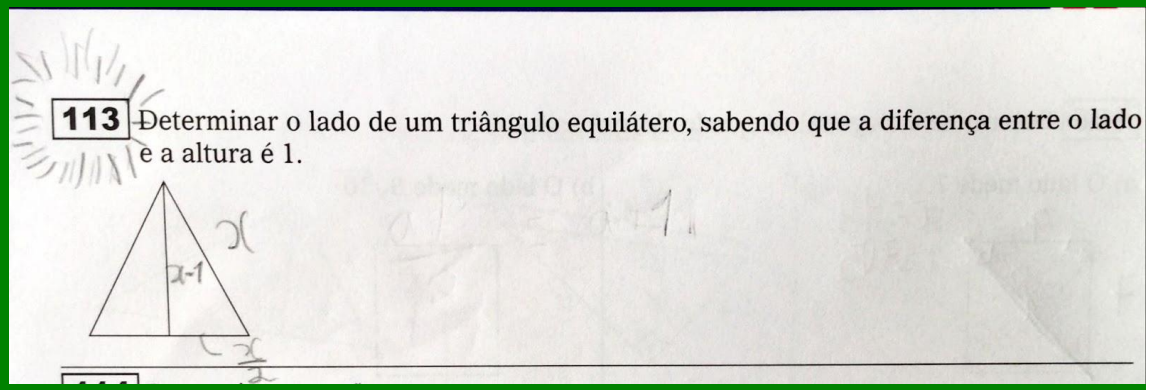
Primeira opção:
$x= \frac{-4+10}{6}$ ------- $\frac{6}{6}$ ------ x=1

Segunda opção:
$x= \frac{-4-10}{6}$ ------ $\frac{-14}{6}$ ------- $x= \frac{-7}{3}$

Como elevamos toda a equação por um expoente ímpar (3) então não precisamos verificar, pois expoente ímpar não dão raízes falsas. Portanto:

$S= \{\frac{-7}{3} ; 1\}$

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Bom, esse é mais complicado. O enunciado diz que a diferença entre o lado de um triângulo equilátero e a altura é 1. Então, vamos chamar o lado de x, por ser equilátero todos os lados serão x. A altura de um triângulo equilátero forma dois triângulos retângulos sendo seus lados x, a própria altura e a metade de um lado, ou seja $\frac{x}{2}$.

Mas qual o valor da altura? Bom vamos pensar:
O lado - a altura = 1
X-H= 1
H= x-1
A altura será igual a x-1.

Agora sabemos esses três valores e podemos resolver essa questão usando o teorema de Pitágoras, mas vamos usar outro que utilizaremos a relação de diagonal com lado: altura é igual ao $\frac{lado.\sqrt{3}}{2}$

altura é igual ao $\frac{lado.\sqrt{3}}{2}$

$H = \frac{X.\sqrt{3}}{2}$

Lembre-se que descobrimos mais acima que H = x-1 então:
$x-1 = \frac{x\sqrt{3}}{2}$
Vamos passar o /2 para o outro lado fazendo a operação inversa:
$2.(x-1) = x\sqrt{3}$
$2x-2 = x\sqrt{3}$

Vamos isolar os termos com x:
$2x-x\sqrt{3} = 2$

Agora, colocaremos o x em evidência:
$x(2-\sqrt{3}) = 2$

Isolaremos o x de novo:
$x= \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

Não podemos deixar o √3 negativo, então vamos multiplicar tudo por -1
$-x = \frac{-2}{\sqrt{3}-2}$
Agora vamos racionalizar o denominador multiplicando-o por √3+2.

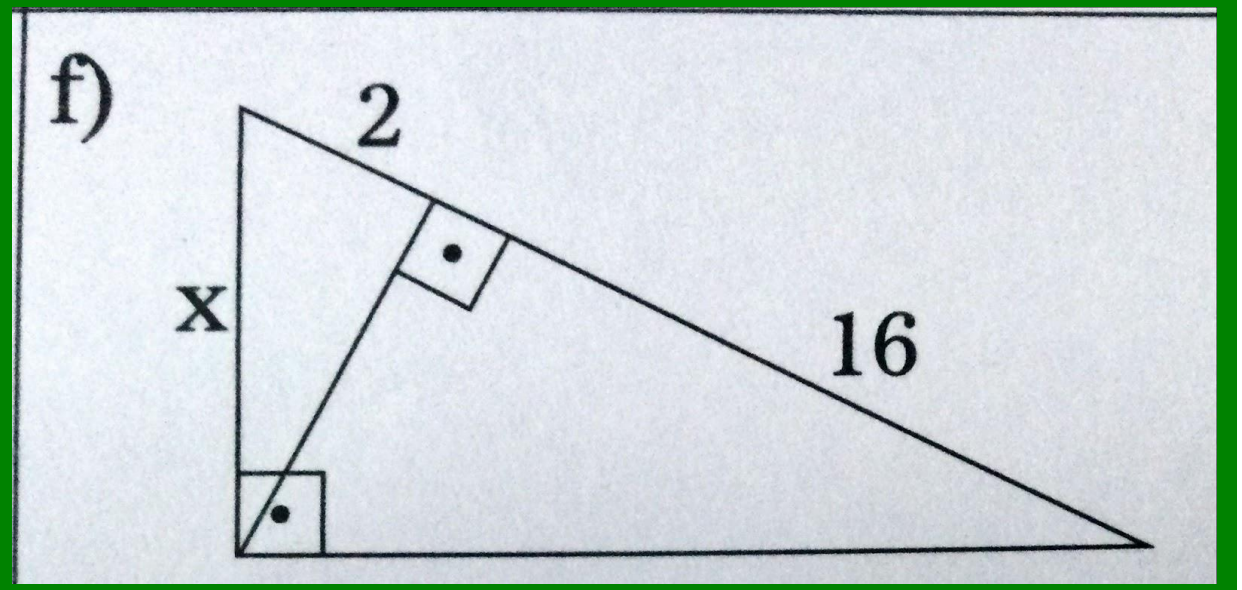
$-x = \frac{-2}{\sqrt{3}-2} \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)}$

$-x = \frac{-2\sqrt{3} - 4}{3 - 4}$
$-x = \frac{-2\sqrt{3} -4}{-1}$

Agora, não podemos deixar o x negativo, então voltaremos a multiplicar por -1 ficando:
$x = 2\sqrt{3} +4$

Mas ainda não, acabou, podemos colocar o 2 em evidência, então a resposta será:
$x = 2 (\sqrt{3}+2)$

Exercícios
Relações Métricas no Triângulo Retângulo



Vamos fazer as relações:
“2” está na hipotenusa e no triângulo menor, então será o “m”
“16” está na hipotenusa e no triângulo maior, então será o “n”
“x” é um dos catetos e está no triângulo menor, então será “b”

A equação que mais se aproxima desses valores é: $B^2 = m.a$
Mas qual o valor de A? A é o valor de toda a hipotenusa do triângulo gigante, ou seja 16+2, ou 18. Então vamos resolver:

$B^2 = m.a$
$X^2 = 2.\ 18$
$X^2 = 36$
$x = 6$

Equações Biquadradas Incompletas

Esse tipo de equação é redutível ao segundo grau, ou seja, pode se tornar uma equação do segundo grau. Sua principal característica é o x ao quadrado ao quadrado (biquadrado), ou seja, x^4. Há dois tipos: completa (todos os termos) e incompleta (sem todos os termos). Vamos resolver alguns exercícios:

$2x^4 - 2 = 0$

$2(x^4-1) = 0$

$2(x^2+1)(x^2-1)=0$

$x = 1$ ou $x = -1$

S { 1; -1}

$5x^4-60x^2=0$

$5x^2(x^2-12)=0$

$5x^2 = 0 \mid x^2-12=0$
$x^2=0 \mid x^2 = 12$
$x=0 \mid x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\mid x = +/- 2\sqrt{3}$

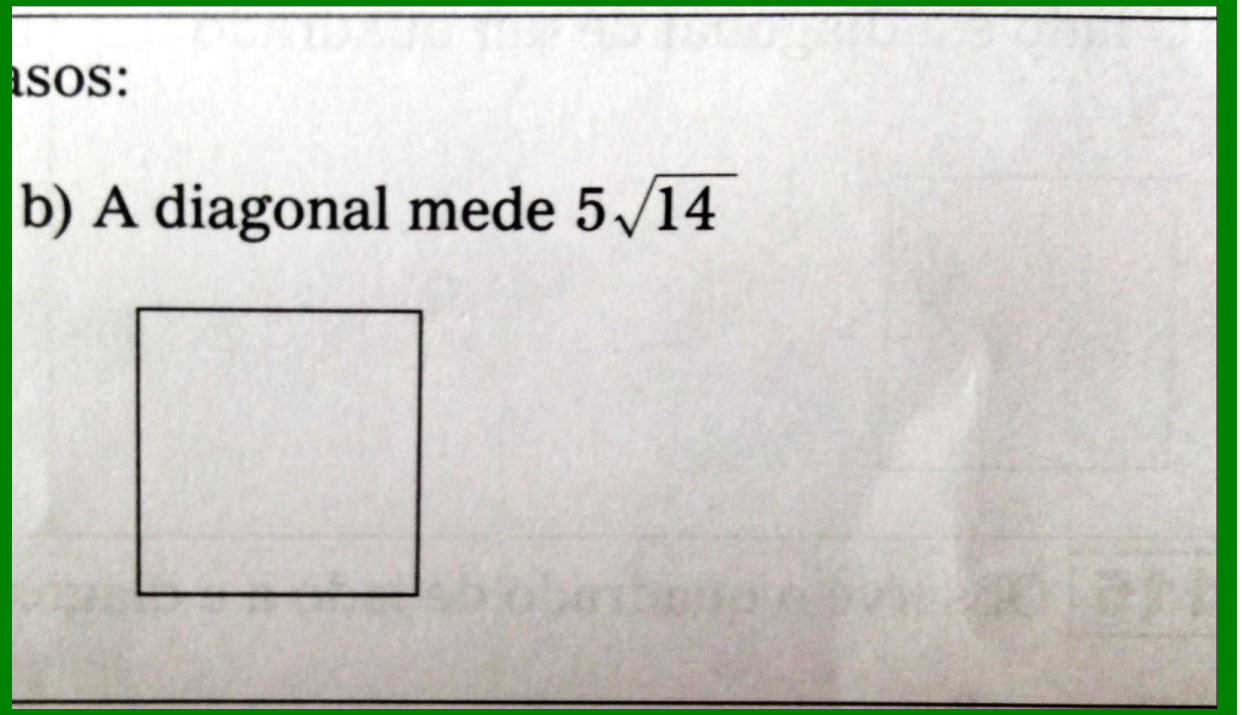
S {0; $+/- 2\sqrt{3}$}

Equações Fracionárias

Equações Fracionárias são equações com frações. O primeiro passo para resolvê-las é, sempre que possível, fatorar o denominador.

Termo importante: Domínio de validade (ou condição de existência). Basicamente, esse termo estabelece uma condição para que o resultado não seja zero, já que não existe divisão por zero. Ao longo do exemplo fica mais claro como usamos isso.

Exercícios Relações Métricas no Triângulo Retângulo



O enunciado pede para que determinemos o lado do quadrado sabendo que sua diagonal mede $5\sqrt{14}$. Bom, nesse tipo de questão sempre lembre que a diagonal é igual ao lado vezes $\sqrt{2}$, portanto, sendo x o lado do quadrado, então:

$x\sqrt{2} = 5\sqrt{14}$. O $\sqrt{2}$ está multiplicando x. então passará dividindo:

$$x = \frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$$

Versão simplificada:

$$x = \frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$$

$$x = 5\sqrt{7}$$

Versão maior:

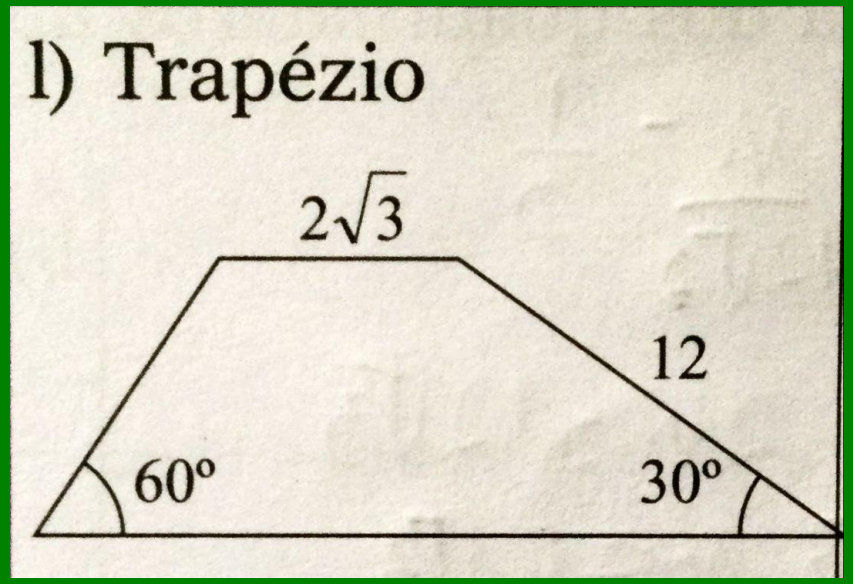
$$x = \frac{5\sqrt{14}\ (\sqrt{2})}{\sqrt{2}\ \ (\sqrt{2})}$$

$$x = \frac{5\sqrt{28}}{2}$$

$$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

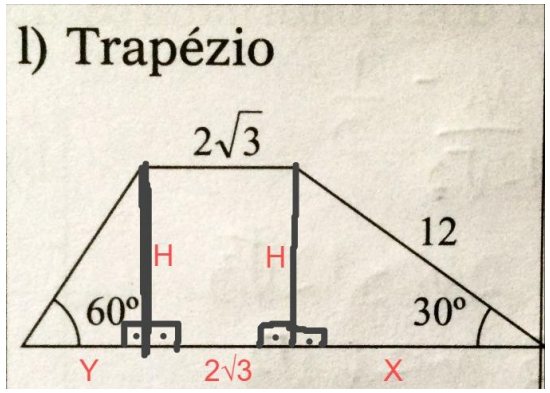
$$x = \frac{5.2\sqrt{7}}{2} \quad \text{-----} \quad \frac{x = 10\sqrt{7}}{2} \quad \text{-------} \quad x = 5\sqrt{7}$$

Exercícios Determinar Área



A área do trapézio = $\frac{(B+b).h}{2}$. Já sabemos que b = 2√3.

Para calcular o resto usaremos trigonometria. Não vê os triângulos?



Precisamos achar o valor de H e de B, sendo B = x+y+2√3

Vamos calcular H primeiro, usando o triângulo com o ângulo de 30 graus:

$Sen30 = \frac{H}{12} = \frac{1}{2}$

2H = 12

H= 6.

Agora vamos achar x:

$Cos30 = \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2x = 12\sqrt{3}$

$x = 6\sqrt{3}$.

Agora para achar y iremos usar o triângulo de 60 graus.

$tg60 = \frac{6}{y} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$y\sqrt{3} = 6$

$y = \frac{6}{\sqrt{3}} \frac{(\sqrt{3})}{(\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

$y= 2\sqrt{3}$.

$B = x+y+2\sqrt{3}$

$B = 6\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$B = 10\sqrt{3}$

$Área = \frac{(B+b).H}{2}$

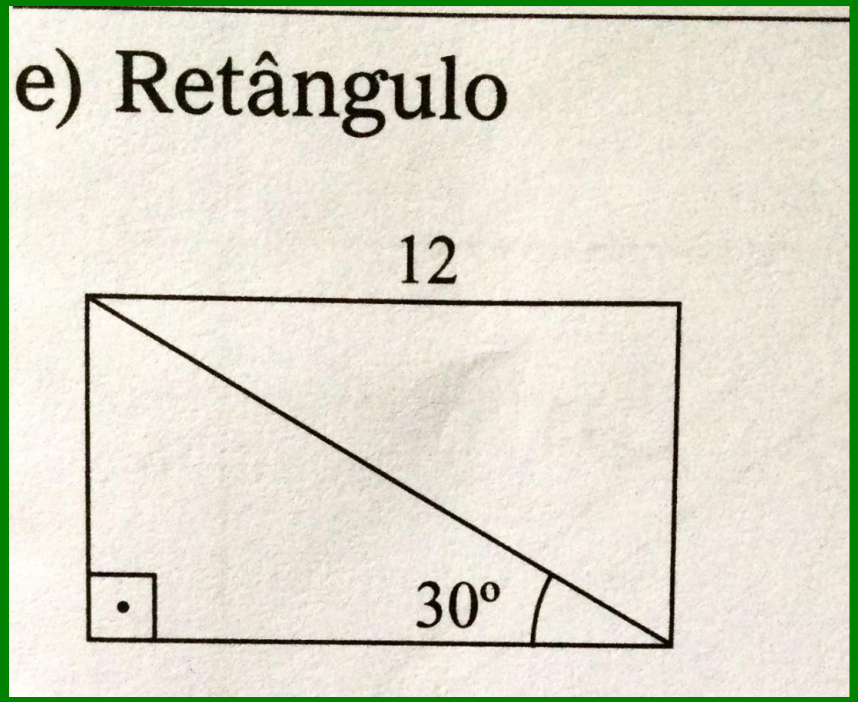
$Área = \frac{(10\sqrt{3}+2\sqrt{3}).6}{2}$

$Área = \frac{12\sqrt{3}.6}{2}$

$Área = \frac{72\sqrt{3}}{2}$

$Área = 36\sqrt{3} cm^2$

Exercícios Determinar Área



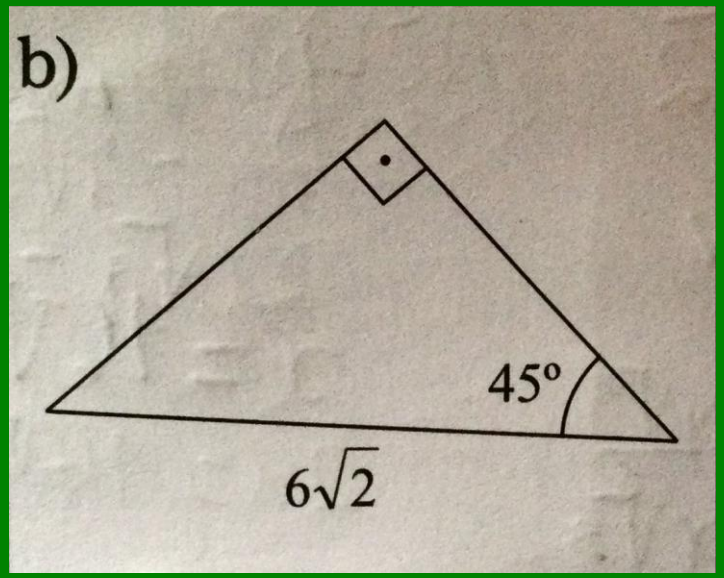
A área do retângulo é igual a base.altura. Temos o valor de uma base (12) e o valor de um ângulo (30 graus). Perceba que esse retângulo é formado por 2 triângulos retângulos sendo um o com ângulo de 30 graus. Como é um retângulo sabemos que os lados opostos são iguais, portanto um dos catetos dele mede 12. Precisamos achar o outro cateto/altura que chamaremos de X.
Para achar x usaremos trigonometria:

$$Tg30 = \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3x = 12\sqrt{3}$$
$$x = \frac{12\sqrt{3}}{3}$$
$$x = 4\sqrt{3}.$$

Área = Base.Altura
Área = $4\sqrt{3} \cdot 12$
Área = $48\sqrt{3}$ cm^2

Exercícios Determinar Área



Vamos começar com o triângulo. Nesse caso, sabemos a hipotenusa ($6\sqrt{2}$) e o ângulo (45 graus). Para calcular a área de um triângulo retângulo, fazemos $\frac{\text{cateto.cateto}}{2}$.

Precisamos achar o valor dos catetos, chamarei o oposto de x e o adjacente de y. Para achá-los vamos usar trigonometria:

Para achar x:
Vamos usar Sen = $\frac{\text{co}}{\text{hi}}$

Sen45 = $\frac{x}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2x = 6.\sqrt{2}.\sqrt{2}$
$2x = 6.2$
$2x = 12$
$x = 6.$

Para achar y:
Vamos usar o Cos = $\frac{\text{ca}}{\text{hi}}$

Cos45 = $\frac{y}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2y = 6.\sqrt{2}.\sqrt{2}$
$2y=6.2$
$2y= 12$
$y= 6.$

Achamos os catetos. Agora vamos achar a área:
A= $\frac{\text{cateto.cateto}}{2}$

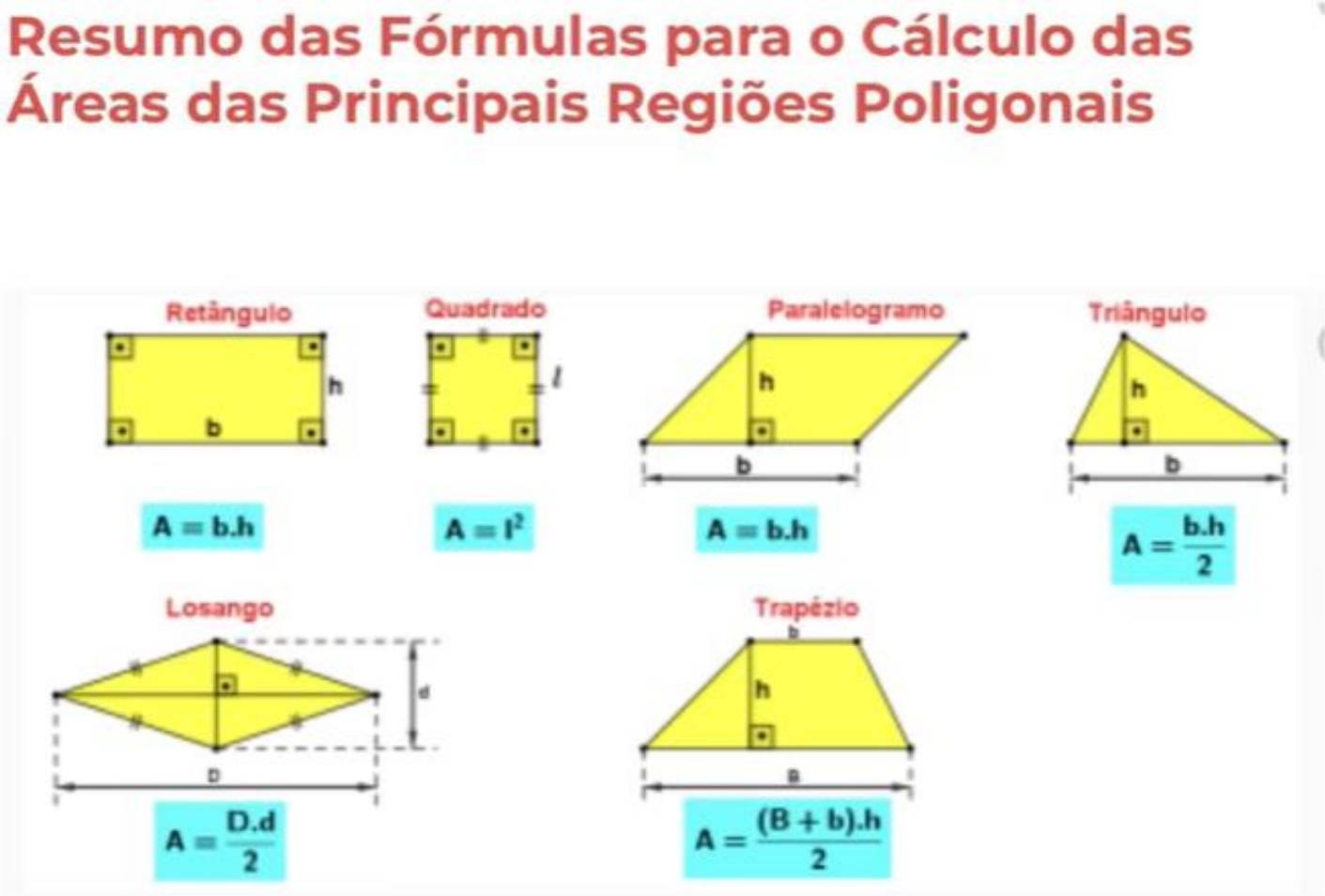
A = $\frac{6.6}{2}$

A = $\frac{36}{2}$

A= 18 cm^2

Área dos Polígonos

A grande chave para responder essas questões é lembrar das fórmulas das áreas para cada um, principalmente do triângulo. Ai vai o resumo de cada um:



Exercícios Equações Irracionais

b) $\sqrt{7+3x+x^2} - \sqrt{x^2+7} = 1$

Mesmo esquema da questão anterior. Não conseguimos eliminar as duas raízes ao mesmo tempo, então iremos isolar uma delas.
Assim:
$\sqrt{7+3x+x^2} = \sqrt{x^2+7} + 1$
Agora elevamos toda a equação ao quadrado:

$(\sqrt{7+3x+x^2})^2 = (\sqrt{x^2+7} + 1)^2$
$7+3x+x^2 = x^2 + 7 + 2\sqrt{x^2+7} + 1$

Vamos isolar essa raiz, passando todos os outros termos para o outro lado:
$x^2+3x+7 - x^2 - 7 - 1 = 2\sqrt{x^2+7}$
$3x-1 = 2\sqrt{x^2+7}$

Agora passaremos o 2 que está multiplicando para o outro lado dividindo:
$\frac{3x-1}{2} = \sqrt{x^2+7}$

Agora podemos elevar a equação ao quadrado e eliminarmos a raiz:
$\left(\frac{3x-1}{2}\right)^2 = (\sqrt{x^2+7})^2$
$\frac{9x^2 - 6x + 1}{4} = x^2+7$
Passamos o 4 que está dividindo para o outro lado multiplicando:
$9x^2-6x+1 = 4(x^2+7)$
$9x^2-6x+1 = 4x^2 + 28$
$9x^2-6x+1 - 4x^2 - 28 = 0$
$5x^2-6x-27=0$

Agora…..Bhaskara:

$x = \frac{+6 +/- \sqrt{36 + 4.5.27}}{10}$ ------ $\frac{+6 +/- \sqrt{36+540}}{10}$ ------ $\frac{+6 +/- \sqrt{576}}{10}$

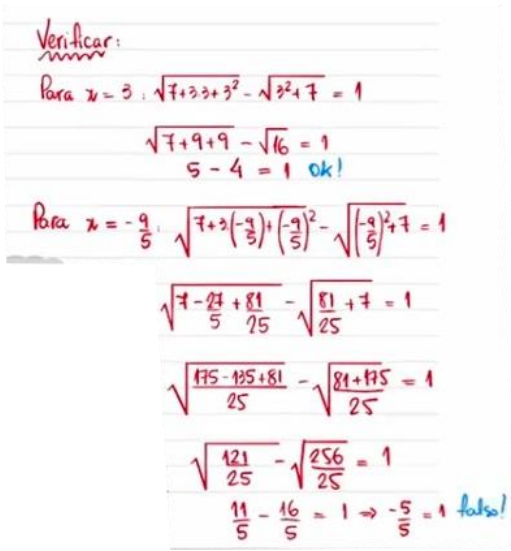
$\sqrt{576} = 24$

$x = \frac{6 +/- 24}{10}$ (/2) (/2) $x = \frac{3 +/- 12}{5}$

Primeiro caso:
$x = \frac{3+12}{5}$ ------ $\frac{15}{5}$ ----- $x=3$

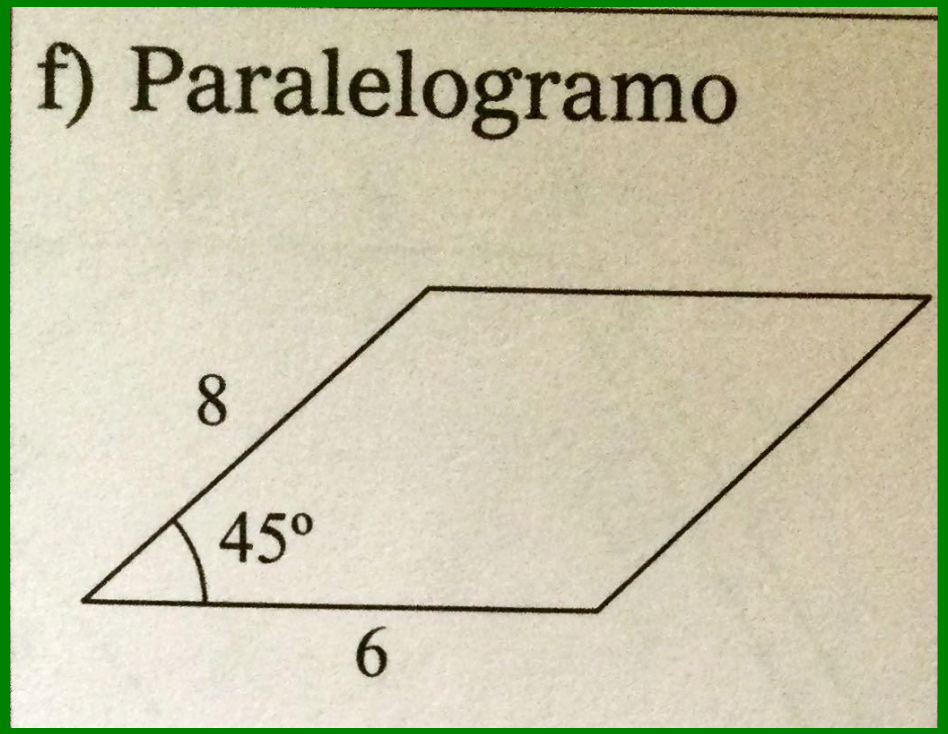
Segundo caso:
$x = \frac{3-12}{5}$ ----- $x = \frac{-9}{5}$

Mas temos que verificar:

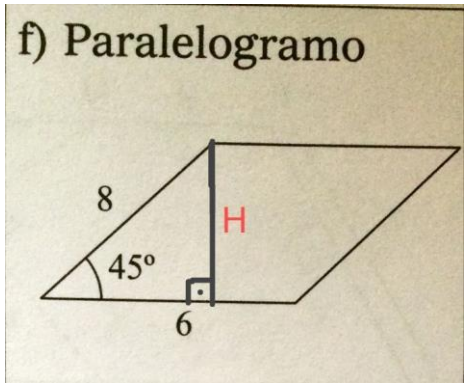


Portanto, S={3}

Exercícios Determinar Área



Para calcular a área de um paralelogramo usamos base(6) . altura (h). Precisamos achar somente a altura. Para tal, usaremos trigonometria. Ainda não vê o triângulo? Vamos traçar a altura do paralelogramo:



Para achar h:

$\text{Sen}45 = \frac{h}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2h = 8\sqrt{2}$

$h = \frac{8\sqrt{2}}{2}$

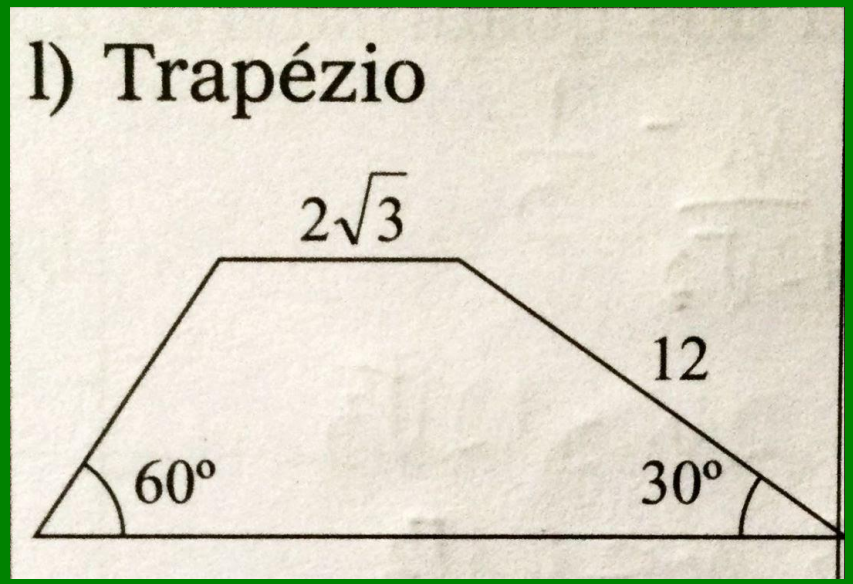
$h = 4\sqrt{2}.$

Área = base.altura

Área = $6.4\sqrt{2}$

Área = $24\sqrt{2}$ cm².

Exercícios Determinar Área Outro Modo



Caso você não lembre a fórmula como eu :), você pode achá-la somando as áreas dos triângulos e do retângulo formado. Ó:

A Área do triângulo de 30 graus é $\frac{h.x}{2}$

Área = $\frac{6.6\sqrt{3}}{2}$

Área = $\frac{36\sqrt{3}}{2}$

Área do triângulo de 30 graus = $18\sqrt{3}$ cm^2

Área do retângulo = b.h
Área do retângulo = $2\sqrt{3}.6$
Área do retângulo = $12\sqrt{3}cm^2$

Área do triângulo de 60 graus: $\frac{h.y}{2}$

Área = $\frac{6.2\sqrt{3}}{2}$

Área = $\frac{12\sqrt{3}}{2}$

Área do triângulo de 60 graus = $6\sqrt{3}$ cm^2

A área do trapézio é a soma de todas essas áreas: $18\sqrt{3}+12\sqrt{3}+6\sqrt{3}$
Área do trapézio = $36\sqrt{3}$.